

論文

## 算数・数学における系統的な折り紙教材の開発研究 (I)

—複式学級における合同学習形態による小学校算数科授業における実践—

A Development Study on Systematic Origami-based Teaching Materials in Mathematics (I):  
A Practice in an Arithmetic Class conducted in the form of joint learning at Combined Classes

松原 和樹 (中央学院大学商学部) <sup>1</sup>服部 裕一郎 (高知大学教育学部) <sup>2</sup>MATSUBARA Kazuki<sup>1</sup>, HATTORI Yuichiro<sup>2</sup>*1 Faculty of Commerce, Chuo Gakuin University**2 Faculty of Education, Kochi University*

## ABSTRACT

What is the main reason why few students like mathematics? From our experience as a mathematical teacher at high schools, we feel that the following two factors have a big influence:

- For students many of topics given in a mathematics class are unrealistic and difficult to materialize.
- Students cannot understand the contents of the questions due to lack of their preliminary knowledge.

These factors also lead to a reduction of the subjective thinking activity of students in mathematics classes. Therefore, we focused on the usefulness of "origami-based" teaching materials in mathematics for the purpose of solving these issues. We believe that it is useful in school education to develop systematic origami-based teaching materials from elementary contents that do not need preliminary knowledge to developmental contents by using the origami which is relatively familiar to students.

Moreover, we mention the following two purposes of this research in an elementary school. The first is "to establish the origami as a common learning tool in various stages". Since the origami can be handled easily, it can be the common learning tool for everyone from infants to researchers. The use of common learning tools "consistently" is important for students and teachers to understand mathematics learned in various stages, and we think that becoming

more familiar to the origami will lead to an advantage of encouraging subjective thinking. From the viewpoint of consistency, we think that the introduction of the origami at the elementary school is important. The second is "to expand the base of the origami science". The origami as a traditional Japanese play tool is internationally recognized as "Origami" of the world. Nevertheless, an inheritance of origami culture faces a crisis in Japan, and we believe that our research on the origami-based teaching materials from the stage of the elementary school will expand the base of origami science which is rapidly being applied to the real world.

In this paper, we develop and practice mathematics classes in the form of joint learning at combined classes as basic data to achieve the above purposes and to verify the effectiveness of the origami-based teaching materials.

## I. 問題の所在と本研究の目的

算数・数学離れが深刻化する主たる原因とは、一体何であろうか。筆者は、県立の高等学校での数学教師としての現場経験から、以下の2つの要因が強くあるのではないかと感じている。

- ・生徒達にとって与えられる数学的内容が非現実的で具体化しにくい問題が多い。
- ・生徒達の予備知識の不足により問題内容そのものが理解できない。

これら上記の要因は算数・数学授業における児童・生徒の主体的思考活動の減少にも繋がるものである。そこで、筆者はこれらの要因を解消することを目的として、算数・数学における「折り紙」教材の有用性に着目した。比較的慣れ親しんでいる児童・生徒の多い折り紙を教材化して、予備知識を仮定しない基礎的内容から発展的内容まで系統的な折り紙教材を開発することは学校教育現場において有用であると考えた。

一方、科学・芸術・教育・数学などの分野の間で相互に折り紙が議論されたのは1980年代以降と言われ、昨今の宇宙開発事業で注目されていることから折り紙科学は急速に発展する最先端の研究分野である。教育分野においても折り紙に関わる内容は研究され、小学校・中学校・高等学校の教材（例えば、数学教育協議会、1994）や大学数学レベルの教材（例えば、トーマス・ハル、2015）など、創意工夫を凝らした非常に多くの折り紙教材が開発されている。しかしながら、種々の教材化が議論されているものの、投げ入れ教材としての性質が強く、またその内容も比較的高度なものが多いことから学校現場への“系統的な”導入は難しいことが現状である。そこで、数学を専門としない教員（小学校教員など）でも容易に扱うことができ、どの発達段階でも取り組みやすく、なおかつ既存の学習内容と密接な関連を見出せる（導入しやすい）折り紙に注目して、できるだけ早い段階から系統的な折り紙教材の導入を目指すことが本研究の主たる目的である。

また、算数・数学離れの問題解決への貢献を目指すとともに、児童教育で本研究を実施する目的として次の二つを挙げよう。第一は、「様々な発達段階における共通の学習用具としての折り紙を確立すること」である。現状では学校現場の算数・数学において一貫して用いられる学習用具は筆記用具以外に見当たらない。それに対して、折り紙は誰にでも簡単に扱えるため、幼児期から遊べることに加え、研究者のレベルまで用いられる学習用具である。共通の学習用具を“一貫して”用いることは、児童・生徒さらには教員にとって異校種の学習内容の理解にも繋がり、より慣れ親しむことは主体的な思考を促すという利点に繋がると考える。この一貫性という観点からも児童教育段階での導入が重要であると考えている。第二は、「折り紙科学の

裾野を広げること」である。伝統的な日本の遊び道具としての折り紙が、今や世界の“Origami”となって国際的に認められていることは、昨今のメディアで取り上げられていることから明らかである。それにもかかわらず、日本のある大学における学生約200名を対象にアンケートを実施すると、何も見ないで折り鶴を折ることができる学生が約30%であった。折り紙文化の継承については危機的状況であり、児童教育段階からの折り紙教材の研究は、急速に実社会への応用が進んでいる折り紙科学の裾野を広げる研究になると考える。

本稿では、上記の目的を達成するための基礎資料として、複式学級における合同学習形態による算数科授業を開発・実践し、折り紙教材の有効性を検証する。本研究では、折り紙教材の系統性に注目していることから、完全複式の小学校において、学年を貫いて「折り紙」教材をテーマとして実践することを試みた。本稿の目的は、算数・数学における系統的な折り紙教材の開発を目指し、複式学級における合同学習形態による小学校算数科授業において、折り紙教材の有効性・可能性を検証することである。

## II. 学習のねらいと授業の概要

開発した授業では、1年生と2年生で構成された低学年グループ、3年生と4年生で構成された中学年グループ、5年生と6年生で構成された高学年グループの計3グループが1つの教室で授業を行う合同学習形態を想定して授業計画を行った。それぞれのグループを授業者2名が担当し、児童達を支援しながら学習活動を展開する。そして、全学年の共通テーマを「折り紙で算数を楽しもう」と設定した。次期学習指導要領も告示され、小学校算数科では次のように目標が定められている（文部科学省、2018, pp.21-22）。

数学的な見方・考え方を働かせ、数学的活動を通して、数学的に考える資質・能力を次のとおり育成することを目指す。

- (1) 数量や図形などについての基礎的・基本的な概念や性質などを理解するとともに、日常の事象を数理的に処理する技能を身に付けるようにする。
- (2) 日常の事象を数理的に捉え見通しをもち筋道を立てて考察する力、基礎的・基本的な数量や図形の性質などを見だし統合的・発展的に考察する力、数学的な表現を用いて事象を簡潔・明瞭・的確に表したり目的に応じて柔軟に表したりする力を養う。
- (3) 数学的活動の楽しさや数学のよさに気付き、学習を振り返ってよりよく問題解決しようとする態度、算数で学んだことを生活や学習に活用しようとする態度を養う。

この目標にもあるように、数学的活動の楽しさを実感し、折り紙を用いた数学的活動を通して、子ども達の図形概念

を深めることがこのたびの学習のねらいとなる。また、学習指導要領では、図形の学習を通して、前提となる条件を明らかにして筋道を立てて考える等、論理的な思考の進め方を知り、それをを用いることができるようにすることも求めている。このような数学的な推論能力も授業実践を通して育んでいきたいと考えている。

さて、先述したように、このたびの授業実践においては低学年グループ、中学年グループ、高学年グループのそれぞれの各学年段階に応じた学習内容を展開していくが、全体の導入では折り紙による「一刀切り」をまずは紹介する。

「一刀切り」とは、例えば、折り紙などの紙を何回か折り、その後、ハサミで直線的に一度切ることによって様々な図形を切り取る遊びである。その操作的活動は子どもから大人まで楽しむことができ、また「一刀切り」のアルゴリズムは今日的にも数学者を含む様々な分野の研究者の間で研究され続けている。特に“任意の多角形を幾つでも一刀切りで切り出せる”という驚くべき結果が示されている一方で、より効率的なアルゴリズムなどに関する未解決問題も数多く残っている。詳しくはエリック・D・ドメインら(2009)を参照されたい。授業の導入では、「一刀切り」によって構成される図形の意外性や美しさを感じさせ、児童達の興味関心を高めたい。このたびの授業実践ではこの「一刀切り」の世界を各学年段階に応じて探求していく。以下、各学年の具体的な学習活動の概要を述べていこう。

低学年グループでは、折り紙を切ることによってできる線対称の世界を探求する。線対称の学習活動自体は第6学年の内容であるが、切って開くことによって構成された図形の様子を観察することは低学年段階でも可能で、図形の美しさを感じすることに繋がる。予想→実験→結果という流れで授業を展開し、できた図形の共通点を探ることで線対称概念の素地を養う。

中学年グループでは、「一刀切り」によって、正方形、ひし形、正八角形を切り取る学習展開を行う。一刀切りによってどのような図形が切り取られるかを予想し、その結果に対し、なぜそのような図形が構成されたのかも考察させる。

高学年グループでは、中学年グループが偶数角形を基礎的に探求することに対し、その論理性をさらに重視して展開する。そして、切り取る図形が奇数角形になるためにはどのように紙を折ればよいかまで考察を進め、中学校で学習する「角の二等分線」に繋がる数学概念の素地を養う。なお、論文巻末に学習指導案(略案)を掲載する。各学年グループ別の学習のねらいは以下のとおり設定した。

【低学年】折り紙を切ることを楽しみ、その活動を通して、線対称概念の素地を養う。

【中学年】「一刀切り」を楽しみ、その活動を通して、正

方形、ひし形、正八角形の性質理解を深める。

【高学年】「一刀切り」を楽しみ、その活動を通して、図形の性質理解を深め、また図形の構成に関する論理的な思考を涵養する。

### III. 授業の実際

授業実践は平成30年2月21日に高知県内のS小学校にて行った。S小学校は全校児童が26名の完全複式学校であり、低学年が1年生6名、2年生2名の計8名、中学年が3年生7名、4年生3名の計10名、高学年が5年生5名、6年生3名の計8名である。今回の授業では、低学年と中学年と高学年がそれぞれ1グループとなり、計3グループ(低学年グループ、中学年グループ、高学年グループ)が1つの教室で授業を展開する形式をとった。授業時間は特設授業として、13:45~14:45の1時間で行った。本章では高学年グループにおける授業の実際を中心に述べていこう。

授業は概ね学習指導案の流れに沿って展開された。授業の導入は全体で行われ(低学年グループ、中学年グループ、高学年グループ合同)、本日は「一刀切り」の世界を探求していくこと、折り紙を切ることで様々な図形を作っていくことが確認された。導入後、各グループに分かれ、授業は展開された。高学年グループでは「一刀切りを楽しもう」をテーマに、一刀切りのルールが確認され、まずは折り紙を直角二等辺三角形に2回折って切ることで、四角形を切り取る活動から始められた。折って切った部分が辺になること、折り目が対角線になることが児童達に確認された。また、正方形が切り取られる場合は切り取った三角形が直角二等辺三角形になることも確認された(図1)。

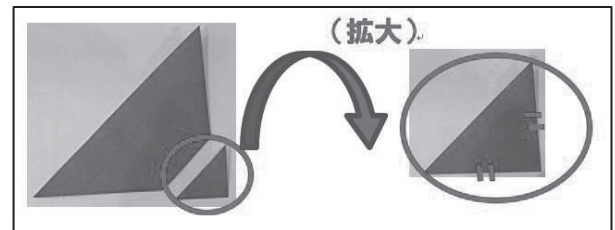


図1 正方形を切り取る方法

その後、授業者は児童達に「一刀切りで正八角形を切り取ろう」と発問した。児童達は困難を示し、図2に示すような十字型の図形を切り取る児童が多かった。

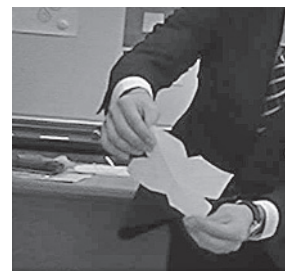


図2 十字型の図形の切り取り



正八角形を切り取る方法が確認された後、授業者はここまでの活動を振り返った。三角形に2回折って切った場合、四角形が切り取られること、3回折って切った場合、八角形が切り取られることを振り返った。そこで授業者は「じゃあ4回折ったら何角形になるかな？」と発問した。すると、児童達から「十二角形！」という意見が出た。授業者は「じゃあ実際にやってみよう」と提案し、実際には十六角形が切り取られることが確認された。児童達から「じゃあ5回折ると三十二角形ができるよね」という意見も出た。

授業者はその後、「偶数角形を切り取ることは簡単そうなんだけど奇数角形はどうか？」と発問した。三角形を切り取る方法が考察されることになり、児童達は各々の方法で試行錯誤した。非常に困難を示していたため、授業者から三角形の描かれた折り紙（図3）が配布され、児童達はそれを用いて一刀切りをしてみるよう促された。

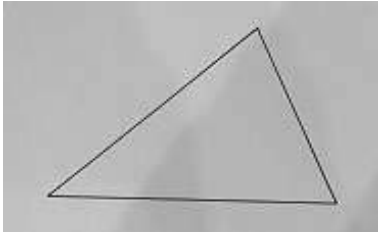


図3 三角形の描かれた折り紙

二人の児童が三角形を切り取ることに成功し、授業者から、成功した児童達は「角の二等分線」を用いて折っていたこと、辺が一直線上に重なるように折ることが必要であったことが確認され、授業は終了した。

その後、各グループで本日の学習内容の振り返りが行われ、最後に全体で成果発表が行われた。以下の図4から図7は各学年グループの振り返りワークシートの一部である。

おもしろいのはおりがみでたくさん切ると、いろいろな形ができていくことにはびっくりした。八角形は、3回に折ってまっすぐに切るとできるということが分かったので、家でもやってみようと思います。

図4 振り返りワークシート記述（低学年児童 TM）

今日の算数で、一刀切りでいろいろな形ができるということにびっくりした。八角形は、3回に折ってまっすぐに切るとできるということが分かったので、家でもやってみようと思います。

図5 振り返りワークシート記述（中学年児童 HA）<sup>註1</sup>

私はおりがみを折ると、四角形や八角形ができたのでびっくりしました。四や八などの偶数はかたんだ、けど、きつめの三角形をつくるのはとても大変でした。家でもやってみよう。

図6 振り返りワークシート記述（高学年児童 FH）

おりがみを2回折ったら四角形、3回折ったら正八角形、4回折ったら正十六角形ができてすごいな、と思いました。一刀切りで「白」という字ができたのでびっくりしました。角の二等分線を書いて線がぴったり重なるようにすると奇数の三角形などができたのでもっと多い角のものを作りたいな、と思いました。

図7 振り返りワークシート記述（高学年児童 TM）

#### IV. 考察

##### 1. 高学年グループの授業についての考察

折り紙を折って図形を切り取ることがこれまでの学習経験にはなかったため、児童達は皆、新鮮に「一刀切り」の世界を堪能していたように思われる。また、ひし形や正方形についての図形の性質は中学年において既習事項であるため、切り取られた図形の弁別は比較的容易に行われた。一方で、前章において述べたように、正八角形を切り取る場面においては図2のように十字型の図形を切り取る児童が多く出た。これは、「正方形を切り取る際、直角三角形を切り取ったため、今回も直角部分を切り取ればよいのだろう」という類推が働いたものと考えられる。また、4回折ると何角形が切り取られるかを問うた場面においても、十二角形という意見が多数出たのは、4ずつ増えているという1次関数的な見方を行ったものと考えられる。どちらのケースについても重要な数学的な考え方を児童達は発揮したものの、対称に折って切った場合、どのような図形が構成されるのかというイメージができなかったためそのような回答に至ったと考えられる。しかし、折り紙で実際に一刀切りをすることで、具体的な結果が即座に現れるため、「なぜこのような図形ができたのだろう」という思考が児童達の図形概念の理解深化に繋がっていくものであると期待する。実際、十二角形ではなく十六角形ができることが確認された後、「じゃあ5回折ると三十二角形ができるよね」という意見が児童から表出したのは、単純な1次関数的な見方から図形的な見方や指数関数的な見方を加えた上での自己内修正が行われた結果であると考えられる。また、奇数角形を切り取る活動場面では大学生でも困難を示す場合が多い。しかし、偶数角形における活動が素地となり、2名の児童が成功したことは本教材が「角の二等分線」について未習である小学校児童においても教材として有効に機能すること、角の二等分線に関する理解の素地を養うことができたのではないかと考えている。

##### 2. 折り紙教材の有効性・可能性について

低学年においては身近な対称図形に注目して授業を展開した。図8はハートの形を扱ったものであり、児童は広げた状態を想像して全体を描くことに成功した。

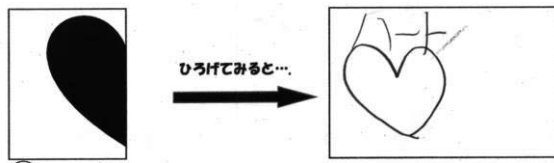


図8 ワークシート記述（低学年児童MY）

実際には、線対称な図形は小学校第6学年の学習内容であるが、図形を切り取るという作業を通して視覚的に図形を扱うことで、低学年の児童に対しても学びやすい教材となった。対称性については、今後扱う多くの図形にとって重要な性質であるため、今回の授業実践で低学年段階の児童達が折り紙を通じて様々な図形に興味を持てたことは今後の学習に繋がる学びであったと考える。このことは図4に示す児童の振り返りワークシート記述からも窺えるであろう。また、図6で示すように、身近なものである折り紙を用いることで、“家でもやってみたい”という感想が得られた。算数の学習内容を折り紙で学ぶことによって、授業外での主体的な学びに繋がる可能性が示されたものである。中学年グループにおける学習活動の流れは概ね高学年グループの偶数角形における一刀切りの世界の探求活動と重なるものであった。中学年では第4学年において「ひし形」が学習されるが、児童達の振り返りワークシート記述（図9、図10）が示すように、第3学年の児童達にとっても、折り紙の一刀切りが図形に対する興味関心を高めるとともに、正方形やひし形といった図形の性質理解の促進に繋がるものであったと言えるだろう。

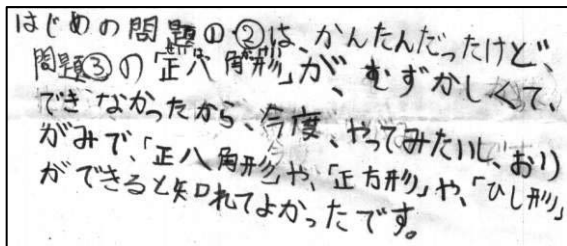


図9 ワークシート記述（中学年第3学年児童TR）

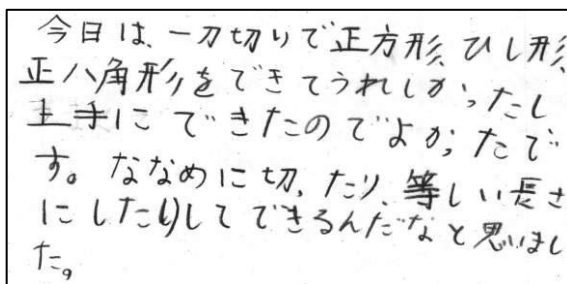


図10 ワークシート記述（中学年第3学年児童NM）

学年が上がるにつれて予備知識が増えるため、扱える題材をより高度にできる。今回の授業では対称性に注目した低学年、簡単な図形の性質を扱った中学年、角の二等分線にまで言及している高学年というように、予備知識に対し

て題材のレベルを合わせることでできる自由度は折り紙教材の1つの良さである。また、上の学年の児童の発表を聞くことで、下の学年の児童が将来的な学習の展望を持つことや、高学年に対して中学校数学の素地を作れること、また逆に上の学年の児童にとって、下の学年の児童の発表を聞くことが学び直しに繋がることはこれらの教材の系統性による効果だと考える。

## V. おわりに

本稿の目的は、算数・数学における系統的な折り紙教材の開発を目指し、複式学級における合同学習形態による小学校算数科授業において、折り紙教材の有効性・可能性を検証することであった。結果、低学年グループ、中学年グループ、高学年グループそれぞれの学年段階において、一刀切りの世界が探求され、折り紙という学習用具が児童達それぞれの図形概念の涵養に貢献したと考えている。

複式学級という学びの場では、その特性に応じた授業の創意工夫が必要となる。そこで、今回は折り紙教材に注目し、どの学年も共通の道具として折り紙を用いた学びを計画した。そして、未だに人類が解明できていないと言っても過言ではない一刀切りという題材が、どの発達段階でも主体的な学びを促す教材となり得ることを示した。本研究の目指す、どんな学習環境・どんな発達段階・どんな学力層に対しても主体的な学びを促す教材開発の第一歩と言える。ただし、今回の授業は通常の授業ではなく、特別なイベントとしての性質が強かったため、本研究の想定である日頃の授業における折り紙の活用に向けてはまだまだ課題が山積している。

また、今回は人数が少なかったこともあり、それほど影響はなかったが、折るという技術について、多くの学校現場では個人差が激しいと想像される。一方で、折り紙教材においては、一定の折る技術が求められる。このことから、折り紙をできるだけ早い段階から継続的に使用することで折る技術を習得していくことが重要であり、今回低学年から実践できたことは収穫である。

本研究は、筆者が偶然参加した研究集会で折り紙科学の奥深さとその応用範囲の広さを目の当たりにしたことから始まった研究である。そして、算数・数学教育に関連して、素晴らしいアイデアが盛り込まれた教材が数多く開発されていることにも驚かされた。それにも関わらず、多くの折り紙教材は学校現場で扱われることなく眠っている状況である。まだまだ学校現場に継続的に折り紙を導入することは容易ではないが、散在している折り紙教材を活用しながら、系統性を持った教材を開発していくことは、算数・数学離れの問題に対する活路を見出すことに繋がると信じている。今回の実践を今後の研究の土台としたい。

## 謝辞

本研究は、公益財団法人博報児童教育振興会による第13回児童教育実践についての研究助成「算数・数学における系統的な折り紙教材の開発研究」及び高知大学部門研究プロジェクト「幼小中高大を貫く「課題解決力」を育成するグループワークコンテンツの開発」の助成を受けて実施された研究成果の一部である。また、このたびの授業実践研究においては高知大学教育学部3回生服部ゼミ所属の釜木浩通さん、谷川勇介さん、野村麻結さん、原七泉さん、山田智子さん、山本京平さんに多大な協力を頂きました。また、授業実践校として協力を頂きました高知県南国市立白木谷小学校の先生方、児童の皆さんに心より感謝申し上げます。

## 註

- 1) 小学校名を明記していたため該当部分は削除した。

## 引用・参考文献

- 文部科学省(2018)『小学校学習指導要領解説(平成29年告示)算数編』, 日本文教出版.
- エリック・D・ドメイン, ジョセフ・オルーク(2009) 上原隆平訳, 『幾何学的な折りアルゴリズム リンケージ, 折り紙, 多面体』, 近代科学社.
- ジョセフ・オルーク(2012) 上原隆平訳, 『折り紙のすうり リンケージ・折り紙・多面体の数学』, 近代科学社.
- トーマス・ハル(2015) 羽鳥公士郎訳, 『ドクター・ハルの折り紙数学教室』, 日本評論社.
- 数学教育協議会(1994) 銀林浩編『折り紙算数・折り紙数学』, 国土社

