

ICT を活用した図形探究活動についての一考察 —中学校第2学年「平行四辺形」単元における授業実践を通して—

橋口和恵（高知大学教育学部附属中学校）
服部裕一郎・中野俊幸・佐藤淳郎・山口俊博・加納理成・袴田綾斗（高知大学教育学部）
岡本土郎・楠瀬正典（高知大学教育学部附属中学校）

Inquiring Activities in Geometry Using ICT
:The Teaching Practice of “Parallelogram” in the 8th Grade

Kazue Hashiguchi (Junior High School Attached to the Faculty of Education, Kochi University)
Yuichiro Hattori, Toshiyuki Nakano, Junro Sato, Toshihiro Yamaguchi,
Risei Kano, Ryoto Hakamata (Faculty of Education, Kochi University)
Shiro Okamoto, Masanori Kusunose
(Junior High School Attached to the Faculty of Education, Kochi University)

要約

中学校数学において、線分図やグラフ、幾何的図等を動的に表示することは、数学概念の理解に大変有効である。さらに、生徒に自主的に図やグラフなどをシミュレーションさせることができれば、生徒がアクティブに数学的性質を探究する場面を設定できる。このような効果的な学習指導法は ICT の活用によってはじめて容易になし得ることであり、具体的実践事例の提供が強く望まれているところである。本研究は、そのような ICT 活用の具体的数学教材と実践事例を学部と附属の教員が共同で開発し、高知県の授業改善策として提供することを目的とする。本稿では、その具体的数学教材として、中学校第2学年「平行四辺形」単元において開発・実践された実験授業の詳細を報告し、その有効性を検証する。結果、ICT を用いた図形探究活動は、Guess & Test によって数学的性質の発見が容易になされること、数学科で育成を目指す資質・能力として、「発展的に考える」ことの育成に有効であること等が明らかとなった。

キーワード：ICT, タブレット, 図形指導, 平行四辺形

I 問題の所在と本研究の目的

平成29年3月に中学校学習指導要領も改訂され、次期学習指導要領における今日的な数学授業の改善の方向性として、以下のような「算数・数学の学習過程のイメージ」図が提案された（図1）。このイメージ図における右側の【数学の世界】では、数学的な見方・考え方を働かせながら、数量や図形及びそれらの関係などに着目し、観察や操作、実験などの活動を通して、一般的に成り立ちそうな事柄を予想することが、所謂「数学の事象の数学化」として説明されている（文部科学省，2017，p.24）。こと、図形指導においては中学校第2学年において、「観察や操作、実験などの活動を通して、基本的な図形の性質を見いだすとともに、平行線の性質などを基にして確かめ説明することができるようにする」（文部科学省，2017，p.109）ことが求められている。本稿では、このような図形指導における今日的な数学授業の改善の具体として、ICT を活用した図形探究活動を提案し、授業実践を通して、その有効性を検証することを目的とする。

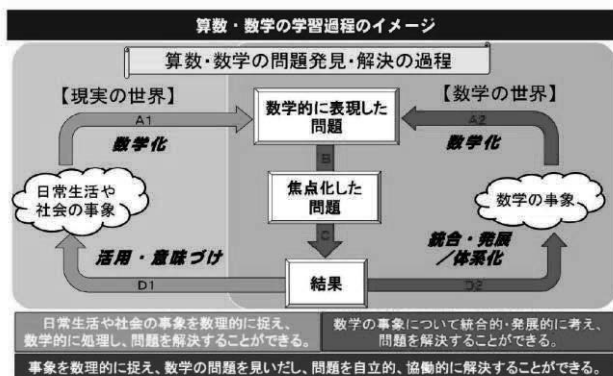


図1 算数・数学の学習過程のイメージ (文部科学省, 2017, p. 23)

II 図形指導におけるICT活用の有効性：タブレットを用いた数学授業の提案

平成29年度全国学力学習状況調査中学校数学B⁴において、次のような問題が出題されている(図2)。

4 下の図1のように、正三角形ABCの辺BC, CA上にBD = CEとなる点D, Eをそれぞれとります。また、線分ADと線分BEの交点をFとします。ただし、点Dは点B, Cと、点Eは点C, Aと重ならないものとします。

図1

(3) 前ページの図1において、 $\angle BAD = \angle CBE$ が成り立ちます。次の図3のように、図1の点Dは辺BC上を点Cの方向に、点Eは辺CA上を点Aの方向に、 $BD = CE$ の関係を保ったまま動きます。このとき、 $\angle BFD$ の大きさについて正しく述べているものを、下のアからエまでの中から1つ選びなさい。

図3

ア $\angle BFD$ の大きさは、小さくなっていく。
 イ $\angle BFD$ の大きさは、大きくなっていく。
 ウ $\angle BFD$ の大きさは、変わらない。
 エ $\angle BFD$ の大きさは、問題の条件だけでは決まらない。

次の(1)から(3)までの各問に答えなさい。

(1) 図1において $\triangle ABD \cong \triangle BCE$ を示し、それをもとにして、 $\angle BAD = \angle CBE$ であることが証明できます。 $\angle BAD = \angle CBE$ となることの証明を完成しなさい。

証明

$\triangle ABD$ と $\triangle BCE$ において、

合同な図形の対応する角は等しいから、
 $\angle BAD = \angle CBE$

解答類型と反応率

問題番号	解答類型	反応率 (%)	正答
4	1 (ア) と解答しているもの。 ($\angle BFD$ の大きさは、小さくなっていく。)	6.1	
	2 (イ) と解答しているもの。 ($\angle BFD$ の大きさは、大きくなっていく。)	43.4	
	3 (ウ) と解答しているもの。 ($\angle BFD$ の大きさは、変わらない。)	44.9	◎
	4 (エ) と解答しているもの。 ($\angle BFD$ の大きさは、問題の条件だけでは決まらない。)	4.7	
	9 上記以外の解答	0.0	
0 無解答	0.9		

図2 平成29年度全国学力学習状況調査中学校数学B⁴

正答率は44.9%であり、全国的にも、証明した事柄を用いて、新たな性質を見いだすことに課題があるとされている。本問題は、ある条件の下で成り立つ性質や関係に着目し、図形を考察することができるようにするかどうかを見る問題である。例えば、本問題で数学授業を行うならば、条件を保ったまま図形の形を変えながら観察し、辺や角について変わらない性質を見いだす活動を取り入れ、ある条件の下でいつでも成り立つ性質や関係を見いだすことができるように指導することが大切である(国立教育政策研究所, 2017)。

生徒は図形が少しでも変わると、別の図形や、別の問題として捉えてしまう傾向にある。教科書は静的なものであり、図形を動かすと言われても、実際には生徒にとってイメージはしづらい。しかし、実際に図形を動かすことができれば、思考は推進し、考察をより深めることができる。そのようなとき、模型を使用するのも良いのであるが、簡単に動かすことのできるタブレットを利用した数学授業を提案したい。タブレットの良さは、まず「扱いが容易である」ということである。そのため、何度も **Guess & Test** をすることが出来る。ある推測をしながら実際に試行するのである。紙の上に図形を描く場合、特別支援教育の観点からもみても失敗が重なると、修正することが嫌になり諦める生徒もいる。タブレットを用いる場合、扱いが容易であるため何度も試行することが出来、実験するたびに、内部情報を増やすことにつながる。図形指導に限ったことではないが、現在の子どもたちは、「実際に動かす」、「実験をしてみる」という経験が不足している。少し考えて分からなければ思考は停止し、やる気もなくなる生徒が多い。だからこそ、例えば、図形の授業では、図形を実際に動かす経験を積み、自己の内部情報を増やし、その内部情報を基に数学的な見方・考え方を育みたいと考える。また、タブレットを用いる良さは他にもある。「極端な動き」を実現できることである。点や線を「極端な位置」に動かすことで、静的な図形のままでは見えなかった図形の性質が発見できることがある。つまりある条件の基での図形における「不変性」の発見につながるのである。このように、図形学習において、子ども達自らが図形を動かす、考察を深めていく活動の実現を目指し、中学校第2学年「平行四辺形」の単元において、タブレットを用いた図形数学授業を提案したい。

Ⅲ 中学校第2学年「平行四辺形」単元におけるタブレットを用いた数学授業の実際

本章では、提案授業の実際を述べる。生徒達に与えられた課題は以下のようであった（図3）。

【問題1】 四角形 ABCD の4つの角の二等分線の交点によって出来る四角形 EFGH は点 A, B, C, D を自由に動かすと、どのような特別な四角形になるだろうか。

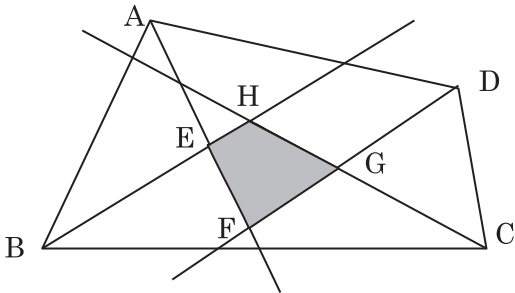



図3 子ども達に与えられた導入課題の概要と授業の様子

授業の導入では、教師は生徒達と次のようなやりとりを行った。

T：特別な四角形とは例えば何ですか？

S：正方形，長方形，平行四辺形，ひし形，台形。

T：今日は四角形 ABCD がどんな形だったら，四角形 EFGH が正方形，長方形，平行四辺形になるのかを考えます。

T：例えば，四角形 ABCD がどんな形だったら，四角形 EFGH が正方形になるといいますか？
予想は？

S：正方形 S：長方形 S：平行四辺形

T：では，タブレットを使って確認してみましょう。

始めは4人グループに1台タブレットを渡し使いながら，長方形のように見えるように動かしていた。だいたい長方形にできたという生徒には，「正確な長方形にしてください。」と言うと，生徒は長方形の定義を確認し始めた。長方形の定義は「四つの角が全て 90° 」である。タブレットには辺の長さや角度が見えるように設定している。しばらくすると四角形 EFGH が長方形になる時の四角形 ABCD については，生徒達は皆タブレットで作成することができた。早くできたグループから四角形 EFGH が正方形になるように動かすことを試みていたが，こちらはなかなかできないようであった。正方形にするためには，正方形の定義を思い出させ，4つの辺の長さが同じ長さになることを確認して，タブレットで点を動かさせた。すると，生徒達は，ただ点や辺を動かすだけでなく，図形の性質を想起しながらタブレットを操作しているようであった。導入段階において，生徒達が発見した命題は以下のものであった。

発見1・・・四角形 ABCD が長方形ならば，四角形 EFGH は正方形になる。

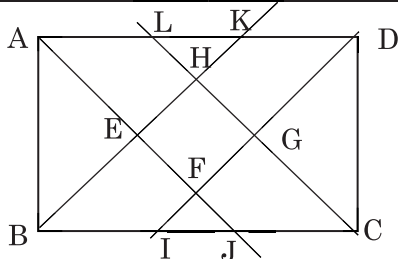
発見2・・・四角形 ABCD が平行四辺形ならば，四角形 EFGH は長方形になる。

発見3・・・四角形 EFGH は1つの角が 90° 以外の平行四辺形になることはない。

授業の展開部分において，生徒達による証明活動に入った。

【問題2】 発見したことが正しいことを説明しよう。

発見1・・・四角形 ABCD が長方形ならば，四角形 EFGH は正方形になる



以下は，教師と生徒達とのプロトコルである。

T：この問題の仮定は何ですか？

S：四角形 ABCD が長方形

T：結論は何ですか？

S：四角形 EFGH は正方形

T：正方形ということは，何を言えることができればいいのですか？

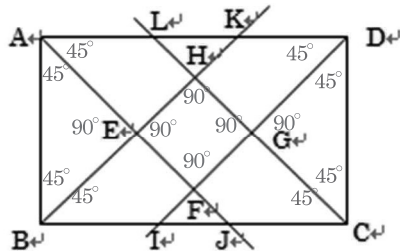
S：4つの辺の長さが等しい。

T：その通り，4つの辺の長さが等しければ正方形と言えますか？

S：4つの角も等しいがいる。

T：その通り。この2つを証明してみましょう。

各自でまずは考えた後、グループ学習にて、意見交換と話し合いを行った。本命題を証明するにあたっては、四角形EFGHについて、4つの角度がそれぞれ90°であることと、辺が皆等しいことの2つを示さなければならない。各自が考える時間に、殆どの生徒が前者の四角形EFGHの4つの角度が90°であることは、比較的スムーズに以下のような証明を構成することができていた。



四角形ABCDの4つの角(90°)の二等分線だから45°の角はすぐに見つかる。

$$\triangle AFD \text{ の内角の和は } 180^\circ \text{ だから、} \angle AFD = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ \dots \textcircled{1}$$

$$\triangle BHC \text{ の内角の和は } 180^\circ \text{ だから、} \angle BHC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ \dots \textcircled{2}$$

$$\triangle ABE \text{ の内角の和は } 180^\circ \text{ だから、} \angle AEB = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

$$\text{対頂角は等しいので、} \angle HEF = \angle ABE = 90^\circ \dots \textcircled{3}$$

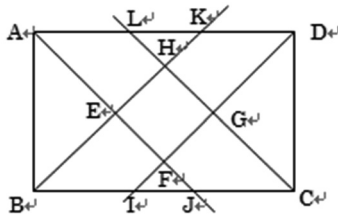
$$\triangle DCG \text{ の内角の和は } 180^\circ \text{ だから、} \angle DGC = 180^\circ - 45^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$

$$\text{対頂角は等しいので、} \angle DGC = \angle HGF = 90^\circ \dots \textcircled{4}$$

①②③④より、四角形EFGHの4つの角はすべて90°

四角形EFGHの4つの角が等しいことがクラスで共有された後、生徒達に残された課題は「4辺が等しい」ことの証明である。授業では下記の4人の方法が検討された。これらの4人の証明の構成は不十分な(証明となっていない)点も多々にあったが、授業者はさまざまな角度から証明を試みようとする態度をまずは評価し、生徒達にも、それぞれの証明の方法を検討させた。

M君の意見



$$EF = HG \dots \textcircled{1}$$

根拠・・・BK//IDより平行線の距離は等しいから

$$EH = FG \dots \textcircled{2}$$

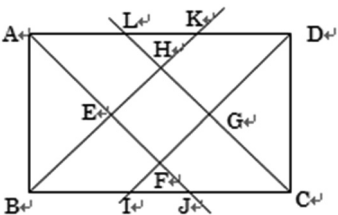
根拠・・・AJ//LCより平行線の距離は等しいから

①②より

$$EF = HG = EH = FG$$

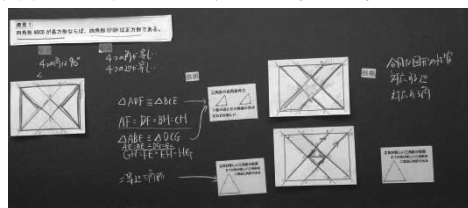
よって四角形EFGHの4つの辺は等しい

T君の意見

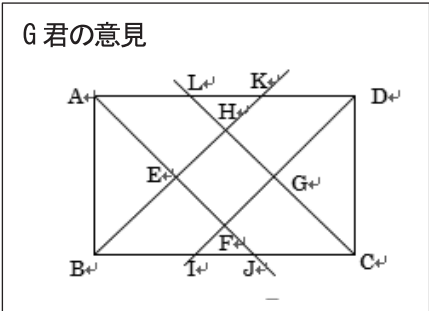


四角形AEHL、四角形DGHK、四角形BEFI、四角形CGFJは全て合同

根拠・・・合同な図形の性質では、合同な図形は対応する角、対応する辺がすべて等しい。

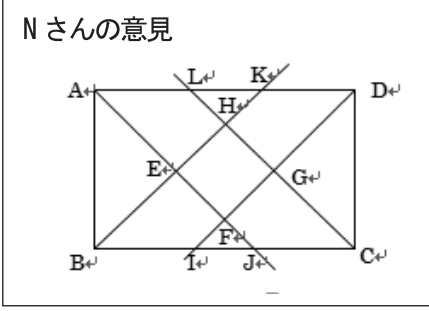
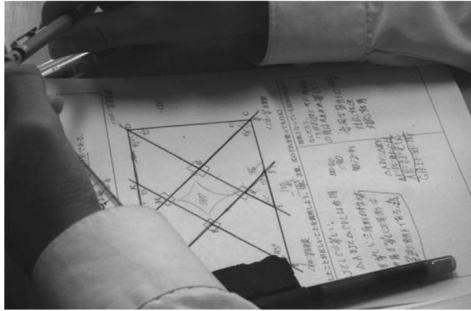


G君の意見



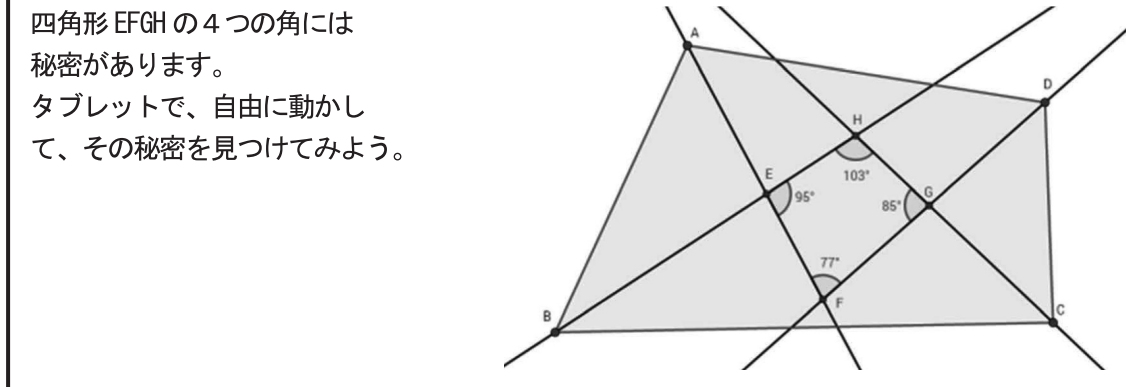
△ADF、△BCH、△ABE、△DCG は2つの角が等しいから
二等辺三角形
△ADF≡△BCH
根拠…1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
AF=DF=BH=CH・・・①
根拠…合同な図形の対応する辺は等しい
二等辺三角形の2辺は等しい
△ABE≡△DCG
根拠…1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
AE=BE=DG=CG・・・②
根拠…合同な図形の対応する辺は等しい
二等辺三角形の2辺は等しい
①②より EH=BH-BE・・・③、GH=CH-CG・・・④ EF=AF-AE・・・⑤、GF=DF-DG・・・⑥
③④⑤⑥より EH=GH=EF=GF よって四角形EFGHの4つの辺は等しい

Nさんの意見

△ABE≡△DCG 根拠…1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい
△LKH≡△IJF 根拠…平行線の錯角は等しいので
∠KLH=∠BCG=45° ① ∠LKH=∠CBK=45° ②
∠JIF=∠ADI=45° ③ ∠IJF=∠DAJ=45° ④
2つの角が等しいので△ABJと△CDLは二等辺三角形 1組の辺とその両端の角が等しいから
△ABJ≡△CDL
等しい長さの辺から等しい辺の長さ引くので LK=IJ⑤
①②③④⑤より 1組の辺とその両端の角が等しいから△LKH≡△IJF
△ABE、△DCG、△LKH、△IJF、△ABK、△DCI、△ABJ、△CDL、全て二等辺三角形
△ABK≡△DCI より BK=ID⑥ △ABJ≡△CDL より AJ=LC⑦
等しい長さの辺から等しい長さの辺を引いても等しいので
EH=BK-BE-HK⑧ FG=DI-GD-FI⑨ FE=AJ-AE-FJ⑩ GH=LC-CG-HL⑪
⑧⑨⑩⑪より EH=FG=FE=GH よって四角形EFGHの4つの辺は等しい

その後、同様に、発見2についての証明もクラスで構成し、共有した。発見3については、再度、次のようなタブレット活動を提案することで、生徒達に数学的探究を促した。



四角形 EFGH の内角には、向かい合う角の和が 180° という性質がある。発見3については、帰納的にこの性質を発見させ、その基で発見3の根拠を演繹的に説明させた。その後、円に内接する四角形の性質まで、発展的に考察を深めた。以下は、その場面における教師と生徒達の議論の様子である。

T : 平行四辺形の向かい合う角の性質は？

S : 平行四辺形の向かい合う角は等しいです。

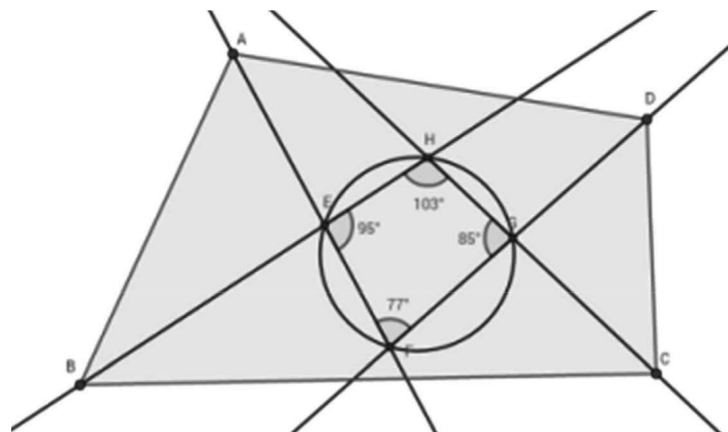
T : そのとおり。では隣り合う角の和が 180° , 向かい合う角が等しい, この両方を満たすものは？

S : 90° のときだけ。

T : そうなんです。 90° のときだけ。だから四角形 EFGH は正方形や長方形のように角が 90° の物は作れたのだけど、正方形、長方形以外の平行四辺形を作ることはできなかったのです。最初にタブレットを触った時、どうしても平行四辺形が作れなかったようにね。それにはこんな理由があったからできなかったんだね。

T : そして、さらに向かい合う角の和が 180° という性質から、こんな性質もこの図には隠れていたのです。(タブレットで EFGH を通る円を見せ、点を動かして図形を変えていっても必ず4点 EFGH は円周上にあることを見せる。) 四角形 EFGH の4つの点を全て通る円がかかるのです。これはどんなに動かしても変わることはありません。

今日はタブレットを使って皆さん自身で図形の性質を発見し、その発見したことを証明してもらいました。今まで学んだことを使ってたくさんの証明方法を見つけてくれました。そして、さらにその証明から分かったことが、また新たな性質へとつながっていました。こうやって数学は発展してきたのです。これからも疑問に思ったことをどんどん追究していきましょう。そうすれば面白い発見があるかもしれませんね。



IV 授業を終えて：研究の成果と課題

授業において、生徒達には「タブレットを使って、まず動かしてみる。」ということ徹底させた。どのグループも全員がタブレットに近づいて動かしてみたり、動く図形を観察したりしていた。図

形の性質を想起しながらタブレットを操作する生徒達の活動は、Guess & Test の具体である。そのような活動を通して、新しい数学的な性質の発見につながるのである。タブレットを用いた数学授業の有効性の一つに「Guess & Test から数学的性質の発見が容易になされうること」を挙げたい。数学が苦手な生徒にとっても、どんどん図形を動かすことで、感覚的に「長方形っぽい！」とつぶやいていたり、タブレットで点を動かす、「今、正方形ができた！」と喜んでいたりする姿も見られた。また、後半、証明したことが新たな性質の発見につながる場面では、数学が得意な生徒も、「なるほど、ここからこの定理につながるのか」などと知的な発見に驚く様子も見られた。その意味で、タブレットを用いる授業は、「全員が授業に参加する」授業であったとも言える。

アンケート結果(図4)では、「数学は好きですか」という項目で肯定的な回答が向上した。また、単元末レポートの中やアンケートの記述の中には、「少しでも条件を変えて問題を考えることが楽しかった。家でもさらに条件を少し変え、他の図形でも成り立つかを調べてみたい」、「タブレットで自分で点や線を動かすことで分かりやすかった」、「始めは分からなかったけど、実際に動かしてみたらわかることが多いなと思った。」、「もっといろいろな図形で、新たな性質を発見してみたい」などの意見が出てきた。これらの感想は、まさに次期学習指導要領でも強調されている「発展的に考える」ことであり、数学科において育成すべき資質・能力の一つであろう。

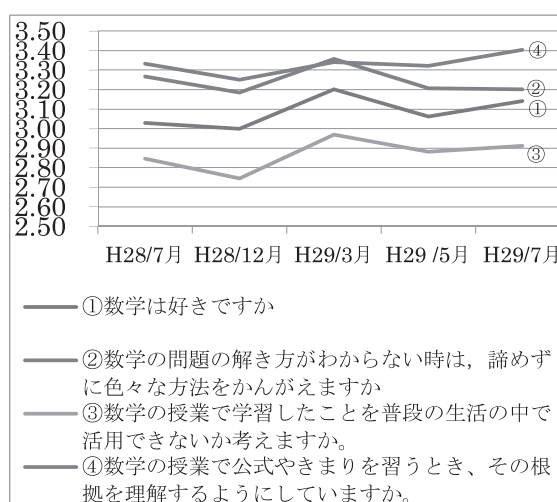


図4 生徒アンケート結果

最後に今後の課題として、生徒が既習事項を使って数学的な発見を経験できるより良い教材の更なる開発を挙げる。自らが発見した命題は生徒達にとって有意義な問題となり、それが学習意欲の向上にも繋がる。発見した命題を証明し、またそれを振り返ることで、またさらにそこから新しい数学的性質を発見する喜びを感じさせたい。そのような問題解決過程こそ、次期学習指導要領において求められる子ども達に経験させたい数学的プロセスなのではないかと考える。

引用・参考文献

- 榎木敏之 (2014) 『中学校数学科 図形の証明指導を極める』, 明治図書.
 池田敏和 (2014) 『中学校数学科 数学的思考に基づく 教材研究のストラテジー24』, 明治図書.
 三橋和博 (2016) 『中学校数学科 アクティブ・ラーニング型授業』, 明治図書.
 鈴木正則 (2015) 『中学校数学科 数学的な考え方を育てる 課題&キー発問集』, 明治図書.
 飯島康之 (2015) 「数学学習におけるICTを利用した学びの発展—作図ツールを使って、授業はこう変わった—」, 第48回中国・四国算数・数学教育研究(高松)大会 中学校部会講演資料.
 文部科学省 (2017) 『中学校学習指導要領解説 数学編』, 日本文教出版大阪.
 国立教育政策研究所 (2017) 『平成29年度 全国学力・学習状況調査【中学校】調査結果資料』.

謝辞

本研究は、教育学部門研究プロジェクト「ICTを活用する中学校数学教材及び授業の学部・附属共同開発」(平成28年度～平成30年度)の研究成果の一部である。