均衡理論の新観点 (3)

—— *Leontief model* を中心として ——

国　沢　　信

（教育学部・商業研究室）

3. 代替定理

3—1. Leontief モデルにおける代理定理とは，通常1個の基本的要素（労働）を投入財として有する Leontief モデルにおいて，いわれるところのものである．従って本節においても，考察の範囲をこのようなモデルの場合に限定し，基本的要素を2個以上投入するモデルについては節を改めて考えることにする．

周知の如く，代替定理については既に P. A. Samuelson, T. C. Koopmans, K. J. Arrow 等の学者によって論ぜられており[1] その結論は見出されているのである．既ち (i). 各産業が夫々2個以上の生産行程を有する場合，各産業の生産物に対する最終需要の如何に拘わらず，常に選択し続けられる1個の生産行程が存在する．換言すれば選択が行われているに拘わらず，常に同一の生産行程が採用され，またこれに決定されているのである．この意味において固定した投入係数は代替性を排除していない．(ii). 次に投入される財の相対価格の変化は投入行程の変更を生ぜしめるものではない．ところで実際は，投入財の相対価格の変化は，1基本的要素を投入財として有する Leontief モデルでは，決して起り得ないのである．(iii). 以上の結論は各産業の生産行程を所与の個数のものに限定した場合であって，新らたな技術情報の付加があればこの限りでないことは勿論である．

3—2. 以上の結論を我々は線型計画の立場から導くことにしたい．n 個の産業をとり，各産業に与えられた生産行程を3—1表に示す如くであるとする．

表 3—1

	産業 1	産業 2	……	産業 n
産業1	$1-a_{11}^{(1)}\ 1-a_{11}^{(2)}\ \cdots\ 1-a_{11}^{(h)}$	$-a_{12}^{(1)}\ -a_{12}^{(2)}\ \cdots\ -a_{12}^{(k)}$	……	$-a_{1n}^{(1)}\ -a_{1n}^{(2)}\ \cdots\ -a_{1n}^{(r)}$
産業2	$-a_{21}^{(1)}\ -a_{21}^{(2)}\ \cdots\ -a_{21}^{(h)}$	$1-a_{22}^{(1)}\ 1-a_{22}^{(2)}\ \cdots\ 1-a_{22}^{(k)}$	……	$-a_{2n}^{(1)}\ -a_{2n}^{(2)}\ \cdots\ -a_{2n}^{(r)}$
・・・	・・　・・　・・	・・　・・　・・	……	・・　・・　・・
産業 n	$-a_{n1}^{(1)}\ -a_{n1}^{(2)}\ \cdots\ -a_{n1}^{(h)}$	$-a_{n2}^{(1)}\ -a_{n2}^{(2)}\ \cdots\ -a_{n2}^{(k)}$	……	$1-a_{nn}^{(1)}\ 1-a_{nn}^{(2)}\ \cdots\ 1-a_{nn}^{(r)}$
労働用役	$-a_{n+11}^{(1)}\ -a_{n+11}^{(2)}\ \cdots\ -a_{n+11}^{(h)}$	$-a_{n+12}^{(1)}\ -a_{n+12}^{(2)}\ \cdots\ -a_{n+12}^{(k)}$	……	$-a_{n+1n}^{(1)}\ -a_{n+1n}^{(2)}\ \cdots\ -a_{n+1n}^{(r)}$

この表における要素より構成される行列を$\mathbf{A}$とする．然る時は活動水準として列ベクトル$\mathbf{X}=(x_1^{(1)} x_1^{(2)}\cdots x_1^{(h)}, x_2^{(1)} x_2^{(2)}\cdots x_2^{(k)}, \cdots, x_n^{(1)} x_n^{(2)}\cdots x_n^{(r)})$ をとり，制限ベクトルとして$\mathbf{Y}=(y_1 y_2\cdots y_n 0)$をおく．こゝに y_i は産業 i に対する最終需要である．斯くて，

$$\mathbf{AX}\leqq\mathbf{Y} \tag{3—1}$$

$$\mathbf{X}\geqq 0 \tag{3—2}$$

は各産業は非負の活動水準で生産を行い，またその生産物に対する最終需要は，少くともその供給丈の大きさがなければならぬことを表す．これらの慣用的条件の下に，極大化を計るべき目的函数を次の形におく

$$f(\mathbf{X})=\mathbf{R}\,\mathbf{X}, \qquad (3-3)$$

こゝに$\mathbf{R}$は産業の生産行程より生ずる正味収入を以てする行ベクトル$\mathbf{R}=(r_1^{(1)}\,r_1^{(2)}\cdots r_1^{(h)},r_2^{(1)},r_2^{(2)}\cdots r_2^{(k)},\cdots,r_n^{(1)}\,r_n^{(2)}\cdots r_n^{(r)}$である．この$r$の値については，後に考察の対象とするのであるが，差当ってこれに次の様な値を与えておくことにする．いま各産業について最初の生産行程を，夫々の産業に最も有利なものとし，これに零其他に負を与える．最も有利な生産行程が2個以上，ある産業に存する場合については後で付加する．

扨（3－1），（3－2），（3－3）によって表現されている線型計画は slack 変数を導き入れることによって次の如く変形される，（3－1）の代りに

$$[\mathbf{A},\mathbf{I}]\begin{bmatrix}\mathbf{X}\\ \Lambda\end{bmatrix}=\mathbf{Y}, \qquad (3-4)$$

こゝに$\mathbf{I}$は単位行列であり，Λは成分（$\lambda_1\cdots\lambda_n\lambda_{n+1}$）を有する列ベクトルである．これらの変数に対しては

$$\begin{bmatrix}\mathbf{X}\\ \Lambda\end{bmatrix}\geqq 0 \qquad (3-5)$$

の条件をおかねばならぬことはいうまでもない．目的函数は

$$f(\mathbf{X})=[\mathbf{R},\mathbf{O},\mathbf{I}]\begin{bmatrix}\mathbf{X}\\ \Lambda\end{bmatrix}=\max. \qquad (3-6)$$

の形をとる．係数0は slack 行程のうち，初めのn個の行程に対応する正味収入を表わしこれは零である．何んとなれば斯る行程は各産業の生産物を処分するところのものであるから．slack 行程の第$n+1$番目即ち最後の行程は，各産業の必要とする労働の供給を表現する行程であり，その行程の正味収入を1とおいた．斯くて（3－4），（3－5），（3－6）の解を求むればよいのであるが，この場合差当って非退化の仮定をする．説明は後続の論述より了解されるであろう．それ故（3－4）の$\mathbf{Y}$は基底を構成する〔$\mathbf{A},\mathbf{I}$〕の任意のn列の集合と一次独立であると仮定する．我々は最初 slack ベクトルを基底にとり，$\mathbf{A}$を構成するベクトルを以て slack ベクトルに置き換えながら，目的函数の値を改善しその極大化を計るのである．目的函数の値の改善するに伴ては，基底を構成するベクトルの変更がなされるのであるが，前述した非退化仮定に関連して，基底は常に$n+1$個の一次独立なるベクトルを以て構成せられる．

線型計画の解（可能）と基底との関係を次に考察するならば，（3－4）における行列〔$\mathbf{A},\mathbf{I}$〕から$n+1$個の一次独立なベクトルを以て構成せられた基底によって，（3－4）の右辺$\mathbf{Y}$を表現することが出来る．基底は一次独立であるから，この基底を以て$\mathbf{Y}$を表現するに当っては，$(\mathbf{X},\Lambda)$のうちの$n+1$個の正なる値がこれに対応する．しかもこの$\mathbf{Y}$表現は一意的である．換言すれば目的函数の値の改善に伴って，〔$\mathbf{A},\mathbf{I}$〕より一次独立なる$n+1$個のベクトルによって構成される基底が順次形成せられる．この基底に応じて，（3－4）をみたす$n+1$個の正なる成分を有する端点解が順次求められる．線型計画の問題は，この端点解をたどりながら，目的函数を極大ならしめる端点解が求める最適解である．

3－3．こゝで我々は代替定理の問題に帰ることにする．この定理によれば各産業は最も有利な生産過程を選択し，その選択は各産業生産物に対する最終需要の変化に拘わらず固定している．線型計画の立場からみれば，この選択が如何に遂行せられるであろうか．我々は，先づ（3－4）から次の表を作る．

既述の如く，線型計画（3—4），（3—5），（3—6）の解は，基底が $n+1$ 個の一次独立なるベクトルより構成される場合，端点解となる．解集合を求めるに当って，最初の基底は slack ベクトル（$P_{n+1}\ P_{n+2}\ \cdots\ P_{2n}\ P_{2n+1}$）によって形成せられる，(表3—2参照)．次の段階にては，この基底は生産行程を示すベクトルによって，順次取かえられであろう．前述した如く各産業とも最初の行程が夫々の産業にとって最も有利であると仮定する．表3—2において，例えば $P_i^{(1)}$ は i 産業にとって最も有利な過程とする．然るときは slack ベクトルによって作られた基底中最初の n 個のベクトルは順次 simplex 判定基準に基き $P_i^{(1)}$, $i=1, \cdots, n$ によって取替えられるであろう．扨最適解に到着したとき，基底を構成する生産行程のうちには同一産業より採用された2個以上の行程が存在するのではないか，またある産業からは何の行程も選択されなかったではないかと，一応疑ってみることも有益である．然しこれらのことは不可能である．いま，ある段階において simplex 判定規準 $z_i^{(1)}<0$（$z_i^{(1)}$ は $P_i^{(1)}$ 過程をその時の基底によって評価した価を表す）が，$P_i^{(1)}$ 過程を基底に導入すべきことを示していると仮定する[(2)]．然る時は $P_i^{(1)}$ 過程では，$1-a_{ii}^{(1)}$ を除いて凡ての係数は負であるから，除外すべき過程は第 i 行であり，それは同じ行の slack ベクトルでなければならぬ．同様に，simplex 判定規準 $z_j^{(1)}<0$ をとれば，これは基底を構成する第 j 行の slack ベクトルの代りに，$P_j^{(1)}$ 過程を導入すべきことを示している．たとえある段階において $z_i^{(2)}-r_i^{(2)}<z_j^{(1)}$ を示していたとしても，上の手続には変化はない．何んとなれば $P_i^{(2)}$ 過程は，仮定によって $P_i^{(1)}$ 過程より小なる正味収入を有するから，$P_i^{(1)}$ が基底に導入された後は $P_i^{(2)}$ の判定基準 $z_i^{(2)}-r_i^{(2)}$ は正となり，$P_i^{(2)}$ 過程は何れの過程にも代り得ないのであろう．

表 3—2

$P_1^{(1)}$	$P_1^{(2)}$	$\cdots$	$P_1^{(h)}$	$P_2^{(1)}$	$P_2^{(2)}$	$\cdots$	$P_2^{(k)}$	$\cdots\cdots$	$P_n^{(1)}$	$P_n^{(2)}$	$\cdots$	$P_n^{(r)}$	P_{n+1}	$\cdots$	P_{2n+1}	
$1-a_{11}^{(1)}$	$1-a_{11}^{(2)}$	$\cdots$	$1-a_{11}^{(h)}$	$-a_{12}^{(1)}$	$-a_{12}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{12}^{(k)}$	$\cdots\cdots$	$-a_{1n}^{(1)}$	$-a_{1n}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{1n}^{(r)}$	1			y_1
$-a_{21}^{(1)}$	$-a_{21}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{21}^{(h)}$	$1-a_{22}^{(1)}$	$1-a_{22}^{(2)}$	$\cdots$	$1-a_{22}^{(k)}$	$\cdots\cdots$	$-a_{2n}^{(1)}$	$-a_{2n}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{2n}^{(r)}$		1		y_2
$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$	$\cdots$		$\cdot\ \cdot$		
$-a_{n1}^{(1)}$	$-a_{n1}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{n1}^{(h)}$	$-a_{n2}^{(1)}$	$-a_{n2}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{n2}^{(k)}$	$\cdots\cdots$	$1-a_{nn}^{(1)}$	$1-a_{nn}^{(2)}$	$\cdots$	$1-a_{nn}^{(r)}$			1	y_n
$-a_{n+11}^{(1)}$	$-a_{n+11}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{n+11}^{(h)}$	$-a_{n+12}^{(1)}$	$-a_{n+12}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{n+12}^{(k)}$	$\cdots\cdots$	$-a_{n+1n}^{(1)}$	$-a_{n+1n}^{(2)}$	$\cdots$	$-a_{n+1n}^{(r)}$			1	0

これまでの推論から，我々は次の結論を下すことが出来る．どの産業にとっても，最も有利な生産過程は唯一つであるという仮定の下で，最適解に応ずる基底は $n+1$ 個の一次独立なベクトルによって構成されるが，そのうち n 個は各産業の最も有利な生産過程であり，残り1個のベクトルは各産業に対する労働供給を表す slack vector である．この基底に対して最適解は $n+1$ 個の正の数で，これは前に述べた如く解集合において端点を作る．

こゝで我々は，各産業は唯一つの最も有利な生産過程を有するという仮定をはづし，ある産業（例えば産業 i ）は2個以上の最も有利な過程を有するものとしよう．この場合には最適解は，目的函数（3－6）を極大ならしめらる端点をすべて選び出し，これらの凸集合によって表現せられる．産業 i はこの最適解に対応して，選択しうる過程は不定である．この場合においては，産業 i は上記の過程のうち任意のものを選択してよく，一度この選択を行った上は，決してこれを変更しないことにすればよいのである．

筆者は，さきは非退化の仮定をなして説明を進めてきた．しかし非退化にたいする手続は必要がないのである．その理由は制約量ベクトル $\mathbf{Y}$ の成分に o が存するのであるが，幸いこの行に存在する生産過程の成分は，何れも負であるからである．こゝで我々のこれまでの主張の要点を次にかゝげておこう．

各産業は夫々数個の異る生産過程を有し，各過程とも基本的生産要素投入については，唯一種類の財（労働）のみであるとする．また各産業は夫々1個の最も有利な生産過程を有するとすれば，各産業ともこの過程を選択し，この選択は最終需要の如何に拘わらず不変である．ある産業が2個以上の最も有利な過程を有するならば，その選択は一意的でない．しかしこの場合においても当該産業はそのうち任意の1過程を選択することに決定すればよい．

この結果は本質的に Koopmans の代替定理と同一である[3]．上述したのは線型計画の手続による代替定現の証明である．この定理の証明の過程には価格の問題は導入の必要はない．相対価格は，実際は産業がその生産過程を選定すると同時に決定されるといえるのである．従って相対価格は，産業の決定した投入係数から直接決定される．しかしこゝでは他の問題に関する解決を試みながら相対価格を求めることにする．

3－4．こゝで我々は各産業の最も有利な生産過程の正味収入は如何なるものかを決定する問題をとりあげよう．これまでは我々は，これに暫定的な値を与えてきたが，今やこれを確定しなければならぬ．

我々の生産過程は収穫不変の仮定に従うが故に，これを函数形式に表現すれば，1次同次の

$$F_i(x_{1i}, x_{2i}, \cdots, x_{ni}, x_{n+1i}) = x_i$$

となる．こゝに表現された生産過程は産業 i にとって最も有利な生産過程であり，従って産業 i によって選択された過程であることに注意したい．$i=1,\cdots,n$ とすることによって，他産業の同様の過程が表現出来る．さて一次同次式に関する Euler の定理によって，上式は

$$x_i = \frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} x_{1i} + \frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} x_{2i} + \cdots + \frac{\partial F_i}{\partial x_{ni}} x_{ni} + \frac{\partial F_i}{\partial x_{n+1i}} x_{n+1i} \qquad (3-7)$$

次に限界生産力に関する定理

$$\frac{\partial F_i}{\partial x_{1i}} \Big/ p_1 = \frac{\partial F_i}{\partial x_{2i}} \Big/ p_2 = \cdots = \frac{\partial F_i}{\partial x_{ni}} \Big/ p_n = \frac{\partial F_i}{\partial x_{n+1i}} \Big/ p_{n+1} \qquad (3-8)$$

を（3－7）に適用することにする．但しこゝに，p_i は産業 i の生産物の価格に当る．$\frac{\partial F_i}{\partial x_{ii}} = 1$ であることに注意すれば，（3－7）は

$$-p_1 a_{1i} - p_2 a_{2i} - \cdots + (1 - a_{ii}) p_i - \cdots - a_{ni} p_n - a_{n+1i} p_{n+1} = 0 \qquad (3-9)$$

なお $a_{ji} = x_{ji}/x_i$ である．Euler の定理による（3－7）式は，限界物理的生産力に従って投入財供給者（各産業並に家計）に支払えば，産業の生産物は何等の余剰をも生じないことを示している．このことを価値を以て表現したものが（3－9）である．こゝで（3－7）の結果は Euler 定理のみ，（3－9）の結果はこの定理と限界生産力に関する定理のみを用いて，得られたものであることを注意する必要があると考える．

線型計画の立場から（3－9）を証明するためには，各産業の生産物の相対価格を見出すことが便利である．最適解を形成する基底と，最終 simplex tablean における slack ベクトルとの関係を考えるために，これらの関係を示す表を次に示した．

表 3－3

産業 1	産業 2	・・・ ・・・	産業 n	slack ベクトル				
P_1	P_2		P_n	P_{n+1}	P_{n+2}	・・・	P_{2n}	P_{2n+1}
1				b_{11}	b_{12}	・・・	b_{1n}	
	1			b_{21}	b_{22}	・・・	b_{2n}	
		⋱		⋮	⋮	⋮	⋮	
			1	b_{n1}	b_{n2}	・・・	b_{nn}	
				b_{n+11}	b_{n+12}	・・・	b_{n+1n}	1

簡単のために，最も有利な過程は各産業に夫々唯一個と仮定した．次に我々は表3－3において基底を構成するベクトルの，最初の simplex tableau においてとる形態を行列 $\mathbf{A}_1$ で表現すれば

$$\mathbf{A}_1=\begin{pmatrix} 1-a_{11} & -a_{12} & \cdots & -a_{1n} & 0 \\ -a_{21} & 1-a_{22} & \cdots & -a_{2n} & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ -a_{n1} & -a_{n2} & \cdots & 1-a_{nn} & 0 \\ -a_{n+11} & -a_{n+12} & \cdots & -a_{n+1n} & 1 \end{pmatrix}$$

である．この行列で最初の n 列は，各産業の最も有利な過程であり，第 $n+1$ 列は slack ベクトルの第 $n+1$ 列である．

扨 $\mathbf{A}_1$ から表3－3で示された単位行列への変換は次の如く示される．我々は（3－4）をかきかえ

$$\mathbf{A}_1\mathbf{X}_1+\mathbf{I}_1\mathbf{X}_2=\mathbf{Y} \qquad (3-10)$$

こゝに $\mathbf{I}_1$ は，活動水準 X_2 を有する初めの n 個の slack ベクトルによって形成される行列である．$\mathbf{A}_1$ は正則であると考えられから，逆行列 $\mathbf{A}_1^{-1}$ を（3－10）かけるならば

$$\mathbf{I}\,\mathbf{X}_1+\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{I}_1\mathbf{X}_2=\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{Y} \qquad (3-11)$$

をうる．$\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{I}_1=\mathbf{B}$ とおけば

$$\mathbf{I}\mathbf{X}_1+\mathbf{B}\,\mathbf{X}_2=\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{Y} \qquad (3-12)$$

である．$\mathbf{B}$ は表3－3で示された初めの n 列の slack ベクトルである．さて（3－12）において，$\mathbf{I}$ は線型計画の最適基底であるから，$\mathbf{X}_2=0$ とおけば

$$\mathbf{X}_1=\mathbf{A}_1^{-1}\mathbf{Y}. \qquad (3-13)$$

この式において，例えば $\mathbf{Y}=(1,0\cdots0)'$ と与えれば，産業1に対して1単位の最終需要があったときの数量 $\mathbf{X}_1$ を与える．換言すれば $\mathbf{Y}$ の値を与える時これに対する各産業の活動水準並に $\mathbf{Y}$ を支えるために直接間接に必要な労働量を見出しうるのである．

さて $\mathbf{A}_1^{-1}$ の最後の行において，例えば b_{n+1i} は，産業 i に対する最終需要1単位に含まれる全労働量であるから，1基本的生産要素をもつ Leontief 体系で，労働を唯一の生産物価格を規制す

る要素であるとすれば，財貨 i の価格 p_i は

$$p_i = b_{n+1i}\,p_{n+1} \qquad (3-14)$$

となる．こゝに p_{n+1} は賃銀率である．

こゝにおいて，我々は（3－9）の証明問題にかえる．（3－14）の価格関係を（3－9）に適用すれば，

$$(-b_{n+11}a_{1i}-b_{n+12}a_{2i}-\cdots+b_{n+1i}(1-a_{ii})-\cdots-b_{n+1n}a_{ni}-a_{n+1i})p_{n+1}=0 \qquad (3-15)$$

この等号関係は任意の産業にあてはめることが出来る．従って $i=1,\cdots,n$．何んとなれば，逆行列 $\mathbf{A}_1^{-1}$ の第 $n+1$ 行の各成分は，その分子に $\mathbf{A}_1$ の第 $n+1$ 列の成分の余因子を有している．しかるに $\mathbf{A}_1^{-1}$ の第 $n+1$ 行と $\mathbf{A}_1$ の第 $n+1$ 列以外の他の列との結合は凡て0になるからである．斯くて各産業の最も有利な過程の正味収入は0と推論出来る．

斯様にして我々は（3－9）を証明した．既に述べた如く，同次一次の生産函数は，限界生産力に関する定理（3－8）を利用して，それ以外何等の関係を用いることなしに（3－9）の成立を示した．同様に各産業によって選択された生産過程は（3－14）の価格関係を用いて（3－9）の関係を示した．いま（3－14）をかきかえて，$p_i/p_{n+1}=b_{n+1i}$ とおけば，これは価格比率（財貨 i の価格/賃銀率）と労働の財貨 i への限界転形率との均等関係と解釈出来る．（3－9）を証明するに用いた二方法――前者は（3－8）を用い，後者は（3－14）を用いている――は何れも限界生産物の概念に基いている点において，同一である．

限界概念を線型計画において利用することに関連して Dorfman, Samuelson, Solow 共著になる "Linear Programming and Economic Analysis" において定義された[(4)] 限界収入生産物（marginal revenue product）によって，また（3－14）の成立を証明することが出来る．即ち表3－3において slack ベクトルの列で例えば P_{n+i} を考えよう．これは財貨 i を最適計画より1単位丈使用減を行うこと意味する行程である．この行程を最適計画の基底 $P_1,\cdots,P_n,P_{2n+1}$ によって評価するならば，$P_1,\cdots,P_n$ の各過程の正味収入は0であり，P_{2n+1} 過程の正味収入は1である，また p_{n+i} 自身の正味収入は0より P_{n+i} 過程の判定規準は 表3－3より b_{n+1i} である．ところで P_{n+i} 過程の simplex 判定規準は，前述の如く財貨 i を1単位丈最適計画より除いたときの収入減を表さねばならぬ．この収入減の額が財貨 i 限界収入生産物であり，財貨 i の価格である．依て，労働の賃銀を1としたときの財貨 i の価格は $p_i=b_{n+1i}$ で，これは $p_{n+1}=1$ とおいたときの（3－14）式に外ならぬ．この証明は最適基底によって P_{n+i} 過程を評価したものを財 i の価格に等しくおくことによったものである．

斯くて我々は各産業にとって最も有利な生産過程の正味収入は何れも0であり，これ以外の生産過程は何れも負の正味収入であるといゝうるであろう．さきに示した代替定理の線型計画による証明にては，これらの過程の正味収入に暫定的な値を与えたが，結果は不変である．

最後に次のことを付言しておきたい．同次一次の生産函数では余剰0が常に成立する．この証明には Euler の定理によるのが最も簡便であるが，線型計画の立場からも証明出来たわけである．この証明には単に最適基底に関連する均衡値丈を用いればよく一概に長期均衡なる概念による必要はない．Euler の定理によるときでも，限界生産力等の均衡値を用いることであるから同様のことがいえる．

註 (1) T. C. Koopmans, *Acticity Analysis of Production and Allocation*, p. 142.
(2) 何んとなれば，P_{n+i} なる slack ベクトル基底に入り財 i の価格零であるから当然このことは考えられる．
(3) *Ibid.*, pp. 147－154.
(4) Dorfman, Samuelson and Solow, *Linear Programming and Economic Analysis* pp. 166－168.

（昭和34年9月30日受理）