

有理トーラス^{ランク}階数4の基点付きグラフ

北村 嘉久・山口 俊博

論文

有理トーラス階数4の基点付きグラフ

The based graphs of rational toral rank 4

北村 嘉久¹ (佐川高校)
山口 俊博² (高知大学)

Yoshihisa KITAMURA¹ and Toshihiro YAMAGUCHI²

1 Sakawa High School, Kochi

2 Kochi University, Kochi (tyamag@kochi-u.ac.jp)

Abstract

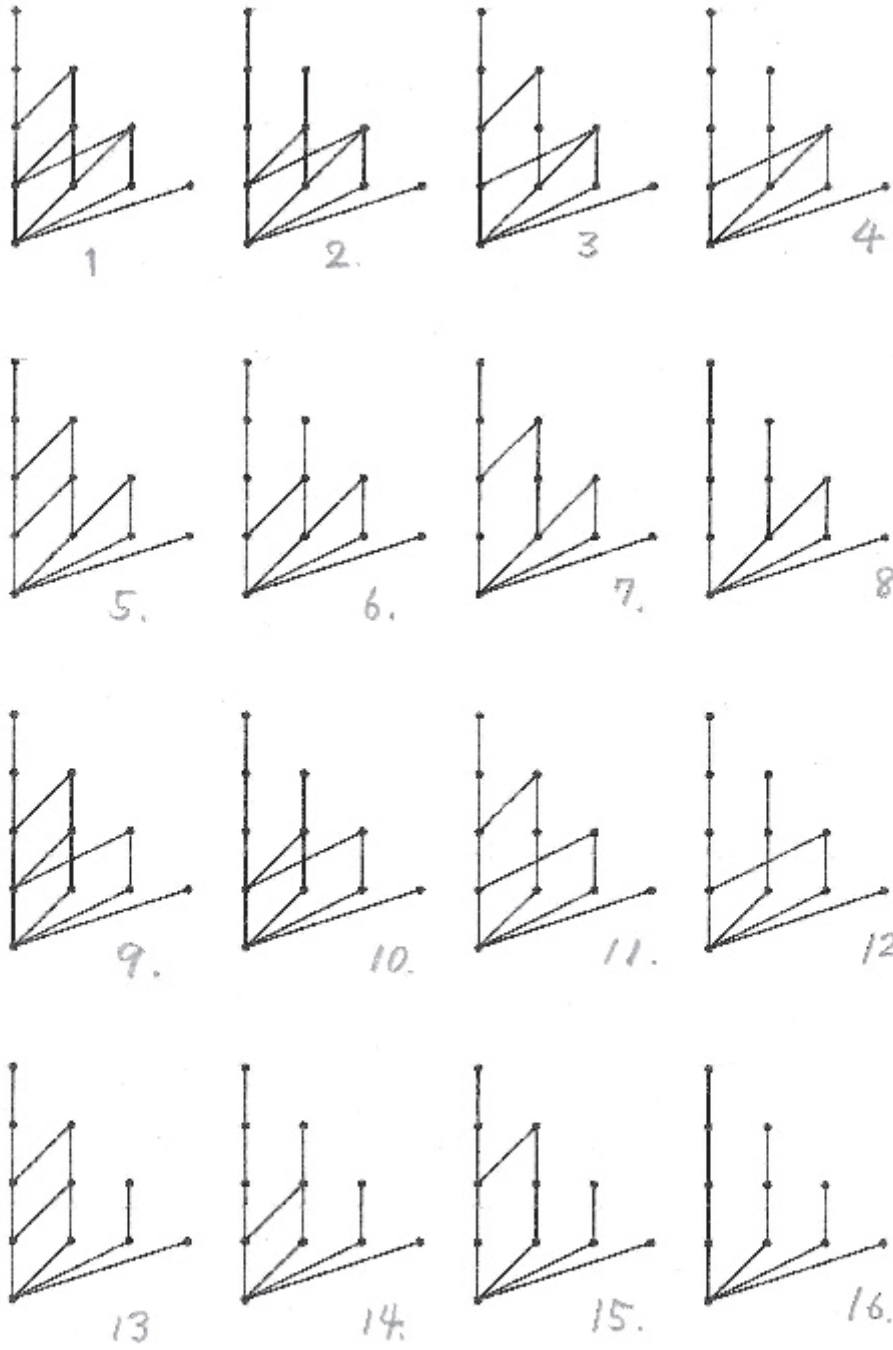
In [Y], we defined a based graph $T_1(X)$ with vertexes lattice points induced by rational toral ranks of a space X . In this paper, we will draw all possibilities for $T_1(X)$ for the spaces X of rational toral rank 4.

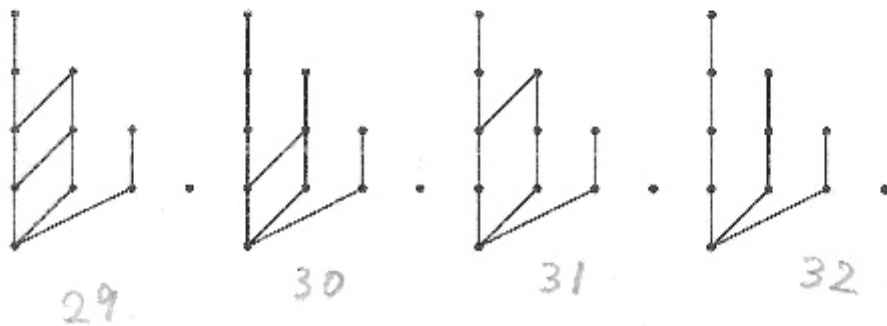
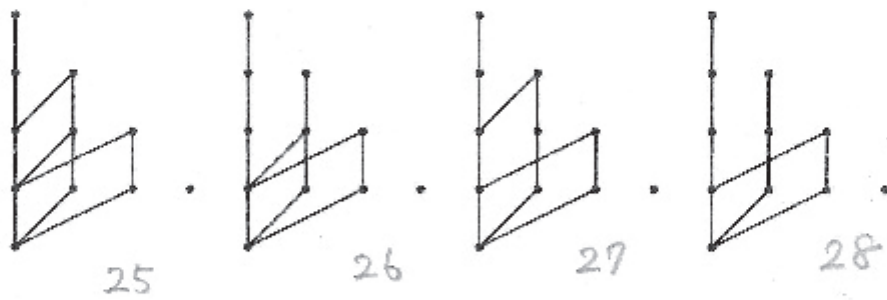
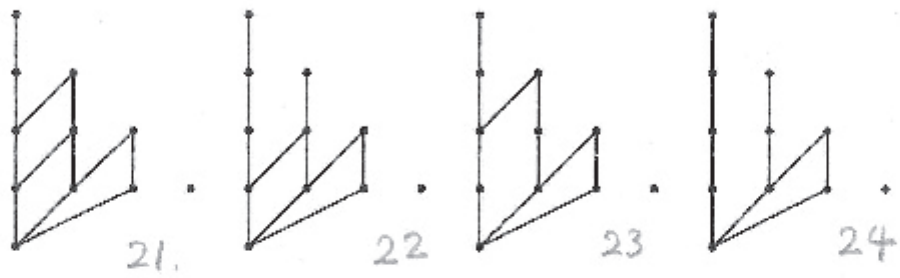
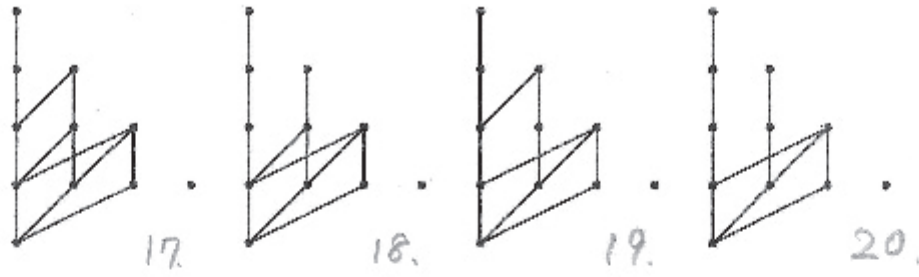
r 次元トーラス $T^r = S^1 \times \cdots \times S^1$ ($\mathbb{R}S^1$ の r 個の直積。 $r = 2$ のときはいわゆる浮き輪)の空間 X への作用達の分類を考える。 S^1 -の作用の不動点のある場合のHasse図による分類としては、[P]を参照していただきたい。 X と同じ有理ホモトピー型を持つ空間に r 次元トーラスがほとんど自由に作用できる最大の r が有理トーラス階数 (rank) といわれているものである [FOT]。例えば、3次元球面 S^3 には S^1 が自由に作用していて、その軌道空間は2次元球面 S^2 になる。すでに m 次元トーラスのほとんど自由な作用で割ったものの階数を n としたとき、その2つの数 (m, n)から、軌道空間の同値類の分布の格子点を頂点にもつ基点 (X 自身)付きグラフ (Hasse図) $T_1(X)$ を描くことができる [Y]。これは、ホモトピー「不変量」ならぬホモトピー「不変形」であり、トーラス作用の多様性を図形で表現 (視覚化)している。[Y]では、 $\text{rank}(X)=3$ の場合、8個のグラフがあった。今回、**rank(X)=4の場合、96個のグラフがある**ことがわかったので、それを以下の6ページにわたって記載する。いずれも、どのグラフが空間 X への作用達からくるものか ($T_1(X)$ としての実現問題)は、まだ少ししかわかっていないが、とくに、83番、88番、96番は、奇数次元球面の4個の直積によって実現される。例えば、83番は球面の次元が (3,3,7,11)のとき、88番は (3,3,3,7)のとき、96番は (3,3,3,3)のときである。1番は、2種類の実現例が [Y]にある。ともあれ、いかに実現例を知らないかを痛感させられる。なお、 $\text{rank}(X)=5$ の場合にいたっては、かなりの数のグラフがある。その

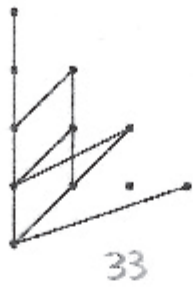
中の例については [SY] を、本稿に関連する話題としては [K] [S] [M] [OS] [Y 2] を、参照していただきたい。

付記：本稿は野並久美子氏と西尾圭史氏の意見を参考に作成された。感謝したい。

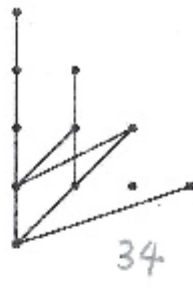
参考文献 [FOT] Y.Felix, J.Oprea and D.Tanre, Algebraic models in geometry, Oxford G.T.M. 17 (2008)
[Y] T.Yamaguchi, A Hasse diagram for rational toral ranks, Bull.Belg.Math.Soc. Simon Stevin 18 (2011) 493-508
[SY] J.Sato and T.Yamaguchi, Pre-c-symplectic condition for the product of odd-spheres, preprint
[K] 川久保勝夫 「トポロジーの発想」ブルーバックス
[S] 瀬山士郎 「点と線のひみつ」 さ・え・ら書房
[M] 三中信宏 「系統樹思考の世界」 講談社現代新書
[P] V.Puppe, Cohomology of fixed sets and deformation of algebras, Manuscripta math. 23 (1978) 343-354
[OS] 織田進 佐藤淳郎 「グラフ理論の基礎・基本」 牧野書店
[Y 2] T.Yamaguchi, Examples of Hasse diagram of free circle actions in rational homotopy, JP Journal of Geometry and Topology (2011) 181-191



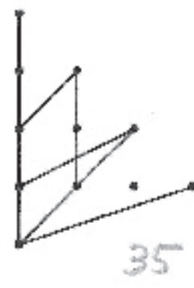




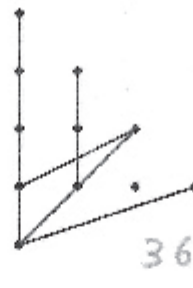
33



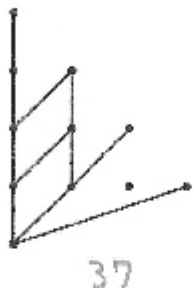
34



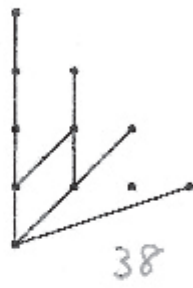
35



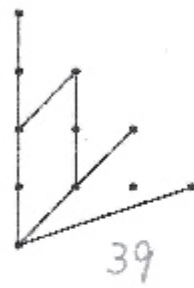
36



37



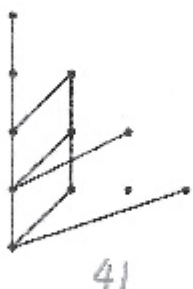
38



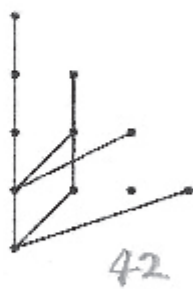
39



40



41



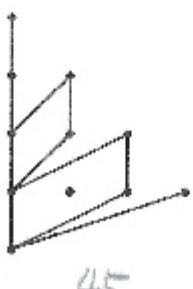
42



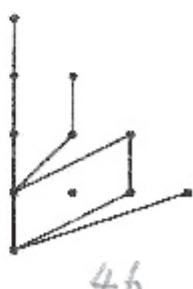
43



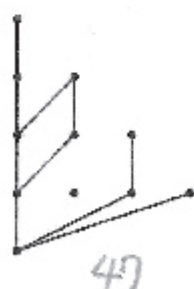
44



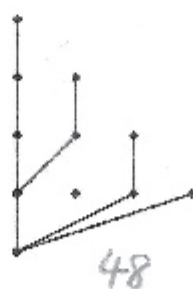
45



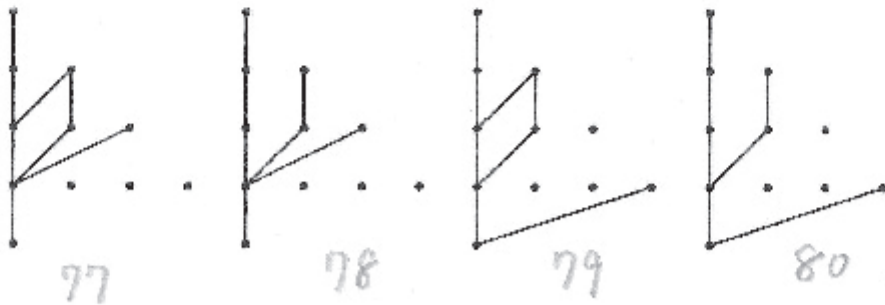
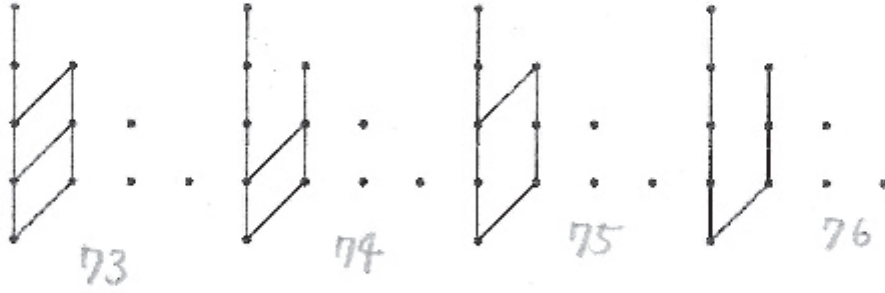
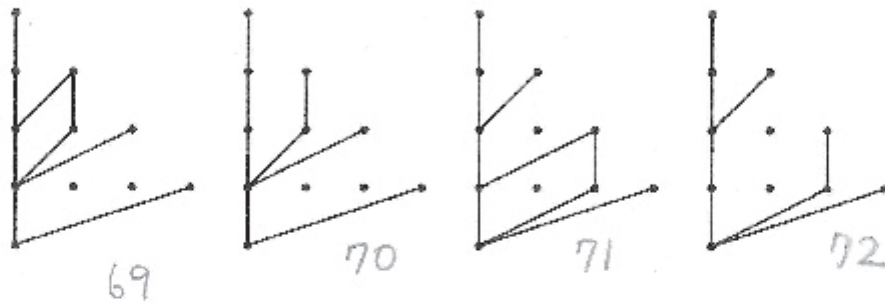
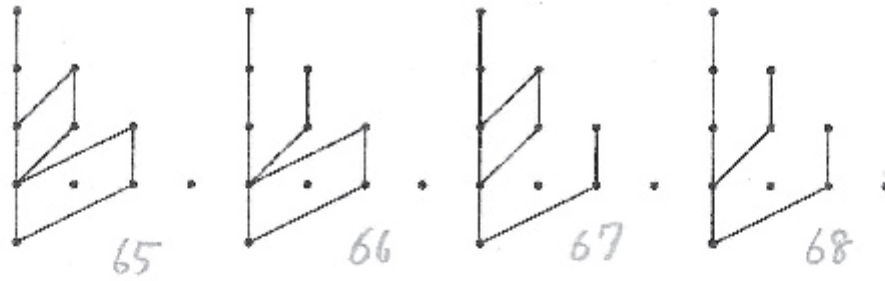
46



47



48



The based graphs of rational toral rank 4

Yoshihisa KITAMURA and Toshihiro YAMAGUCHI