

# 正方形孔をもつ木材ばりの振動法による曲げ破壊係数の推定

中山 義雄・藤原 新二

(農学部 木材理学研究室)

## Estimation of Modulus of Rupture in Bending of Wooden Beam containing a Square Hole by Vibrational Method

Yoshio NAKAYAMA, Shinji FUJIWARA

*Laboratory of Wood Science and Technology, Faculty of Agriculture*

**Abstract:** This paper deals with the estimated method of modulus of rupture in bending of wooden beam containing a square hole (a square hole of rounded corners, a equilateral triangle hole of rounded corners) by non-destructive method using vibration.

Flatsawn grained samples of Spruce (15 mm by 30 mm in cross section and 450 mm in length) were used in this experiment. A hole located at the center of the beam length in a sample, and was varied by the R.

Concerning both the perpendicular and the parallel bending moment to the plane on which the hole was located, the estimate method was done.

According to the result of comparison of the estimate average by equation (4) with the experimental average, adequate results were obtained for wooden beam.

When these samples were used for strength member of framework, the estimate value had to be calculated by the equation (5), in this case the estimate values were calculated smaller than the experimental values.

### はじめに

振動法により、断面欠損をもつ木材ばりの曲げ破壊係数を非破壊で推定する方法に関し、これまではボルト穴あるいは節の影響の基礎的解明の一つとして、欠損部の形状が円孔の場合について検討してきた<sup>1)</sup>が、ここでは欠損部の形状を実際に木構造で多く利用される正方形孔の場合について、これをもつ木材ばりの曲げ破壊係数を非破壊で推定する方法を検討した。

また、孔のすみにおける応力集中を緩和した場合として、すみに丸みのある正方形孔さらに欠損形状の異なるものとしてすみに丸みのある正三角形孔および円孔について実験し、これらの結果と比較検討しながら考察した。

### 記号

$P_e$ : 面外曲げ (Perpendicular bending moment to the reduced plane)

$P_a$ : 面内曲げ (Parallel bending moment to the reduced plane)

$abe$ : 曲げ破壊係数 (modulus of rupture in bending by bending test)

$abc_1, abc_2$ : 推定曲げ破壊係数 (estimated modulus of rupture in bending by calculation)  
(Kg/cm<sup>2</sup>)

$abs$ : 安全側の推定曲げ破壊係数 (estimated modulus of rupture in bending in safety area by calculation) (Kg/cm<sup>2</sup>)

$Edo$ : 無欠損試験体の動的ヤング率 (dynamic Young's modulus of clear sample) (dyne/cm<sup>2</sup>)

$Edh$ : 欠損をもつ試験体の動的ヤング率 (dynamic Young's modulus of drilled sample)

(dyne/cm<sup>2</sup>)

R: 欠損率=欠損部の直径(あるいは長さ)/はり幅 (Fig. 1 参照) diameter (or length) of hole width of sample (See. Fig. 1)

C: 円孔 (Circular hole)

Sr: すみに丸みのある正四角形孔 (Square hole of rounded corners)

Tr: すみに丸みのある正三角形孔 (equilateral triangle hole of rounded corners)

S: 正方形孔 (Square hole)

V: 変動係数 (coefficient of variation) (%)

実 験

試験体 供試木はシトカスプルス (*Picea sitchensis* CARR.) 材を用い、厚さ 15 mm, 幅 30 mm, 長さ 450 mm の板目木取り試験体を作成した。

これらのうちから節、腐れ、割れその他のキズがなく、繊維の走向が試験体の長軸方向にほぼ平行な試験体を選び実験した。

欠損は Fig. 1 に示すように試験体の板目面で試験体の中央の位置に 1 個せん孔し、正方形孔は角のみ盤ではり幅方向における欠損の大きさ(長さ)が 6.4 mm, 9 mm, 13 mm および 15 mm の孔を加工した。

また、円孔、すみに丸みのある正方形孔およびすみに丸みのある正三角形孔については、NC ルーターを用いてはり幅方向における欠損の大きさ(長さ)を 6 mm から 24 mm まで 6 mm の間隔で 4 種類とした。極端な応力の集中を避けるためにつけたすみの丸みはいずれも半径 1.5 mm とした。

装置 動的試験には CR 発信器、励振用増幅器、シンクロスコープ、電磁変換器、周波数カウンター、および試験体支持台で構成された低周波たわみ振動測定装置<sup>2)</sup> を、静的試験にはアムスラー型木材万能試験機 (最大能力 4 ton) を用いた。

方法 動的試験は両端自由の低周波たわみ振動法を用い動的ヤング率を求

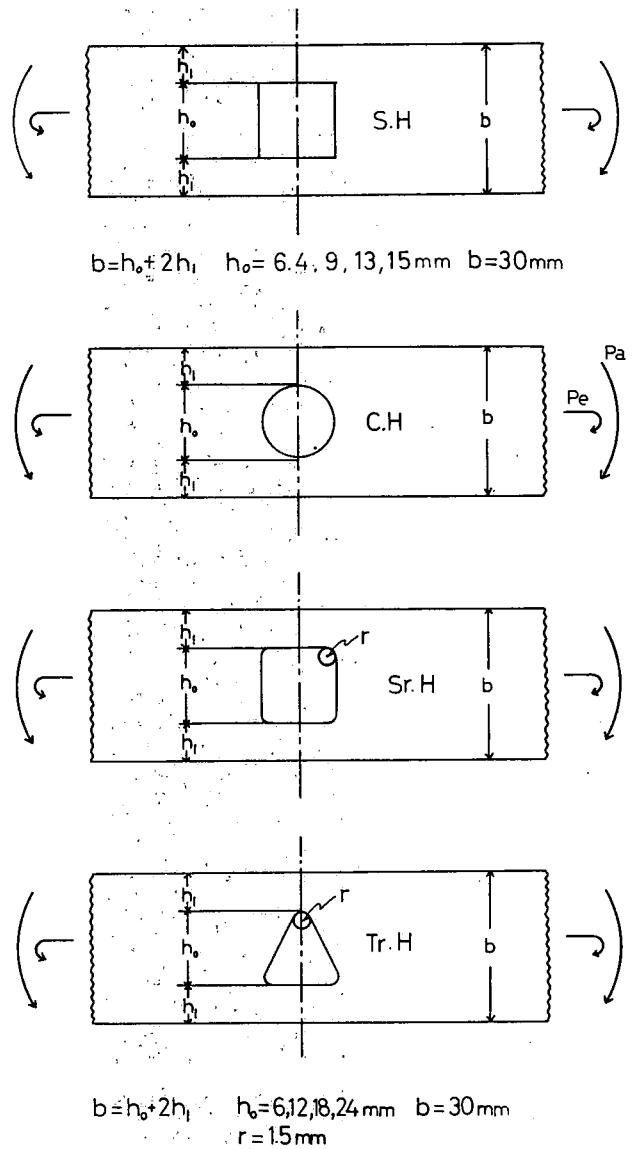


Fig. 1 Samples containing of a hole

めた。静的試験はスパンを 420 mm とし、2 個の等しい荷重をスパンの 3 分点に加える 4 点荷重方式で曲げ破壊試験をおこなった。

実験は、欠損をもつ面に垂直に曲げモーメントが加わる場合（面外曲げ）および欠損をもつ面に曲げモーメントが加わる場合（面内曲げ）についておこない、面外、面内曲げ別に欠損の形状ごと、大きさごとに 5 本ずつ計 160 本の試験体を用いた。

**算出方程式** 欠損をもつ両端自由ばりの動的ヤング率（みかけのヤング率）は、それぞれの欠損形状ともに欠損のせん孔された時は、はりの運動エネルギーが無欠損のときよりも欠損部分の質量に相当する分だけ減少すると考えてレーリー法で導いた式 (1)<sup>3)</sup> から算出した。

また、無欠損試験体の動的ヤング率は式(1)の欠損にかかわる項を 0 として求めた。曲げ破壊係数は一般に用いられている式で算出した。

$$Edh = \frac{8 \cdot l^3 \cdot f^2}{\pi^2 \cdot I} \left\{ 0.094 \mu_s - \mu \left( \sin \frac{\pi \cdot Pd}{l} - \frac{2}{\pi} \right)^2 \right\} \quad (1)$$

- where  $f$  : fundamental resonant frequency of sample containing a hole (Hz)
- $\mu$  : weight of wood correspond to the volume of the reduced section (g)
- $Pd$  : distance from one end of sample to center of a hole (cm)
- $I$  : moment of inertia area (cm<sup>4</sup>)
- $l$  : length of sample (cm)
- $\mu_s$  : weight of sample (g)

結果と考察

**欠損による動的ヤング率の低減** 木材は不均一なものであり、その育成条件やその組織構造からくる多様性のため同一樹体から採材した場合でも個々の試験体の材質に大きなバラツキがある。したがって欠損のはりの動的ヤング率におよぼす影響を数値化するにあたっては、欠損を加工する前の動的ヤング率に対する欠損を加工した後の動的ヤング率の割合であらわすこととした。

この実験における欠損形状別の欠損率と動的ヤング率の低減傾向を面外曲げ、面内曲げ別に Fig. 2 に示す。

動的ヤング率の低減傾向はいずれの形状においても 2 次曲線であるので、面外面内別、欠損形状別に欠損率の関数として 2 次方程式  $Edh/Edo = \alpha R^2 + \beta R + r$  にあてはめ実験式がえられた。これらの実験式の定数は Table 1 のようになる。

**無欠損材の動的ヤング率と曲げ破壊係数** 無欠点材の曲げ破壊係数とヤング率との間には高い相関関係が存在することが知られており、したがってここでは曲げ破壊係数をヤング率から推定することとした。

そこで、無欠点試験材の動的ヤング率と曲げ

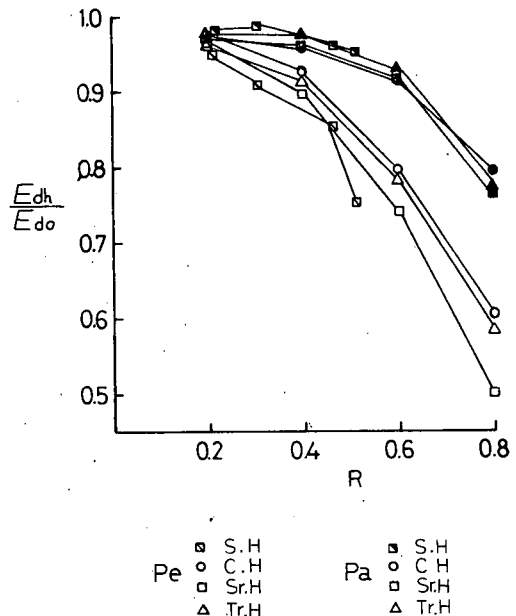


Fig. 2 Relationship between  $Edh/Edo$  and  $R$

Table 1. Summary of constants of  $Edh/Edo$ .

$$\frac{Edh}{Edo} = \alpha R^2 + \beta R + \gamma$$

		$\alpha$	$\beta$	$\gamma$
$Pe$	$S. H$	-1.7484	0.5845	0.9073
	$C. H$	-0.9000	0.2753	0.9566
	$Sr. H$	-1.0999	0.3241	0.9414
	$Tr. H$	-0.8725	0.2163	0.9664
$Pa$	$S. H$	-0.6804	0.3803	0.9353
	$C. H$	-0.6276	0.3382	0.9284
	$Sr. H$	-0.6588	0.2747	0.9706
	$Tr. H$	-0.9924	0.6648	0.8784

破壊係数との関係を求めた結果 Fig. 3 に示すように正の相関関係が認められ、式(2)の回帰式を得た。

$$\sigma_{bo} = 5.53 \cdot Edo \times 10^{-9} + 159.20 \tag{2}$$

where  $\sigma_{bo}$ : modulus of rupture in bending of clear sample ( $\text{kg/cm}^2$ )

この回帰式のまわりにはかなりのバラツキがみられるが、それでも相関係数は  $r=0.3714$  となり、有意水準98%で有意であると認められる。

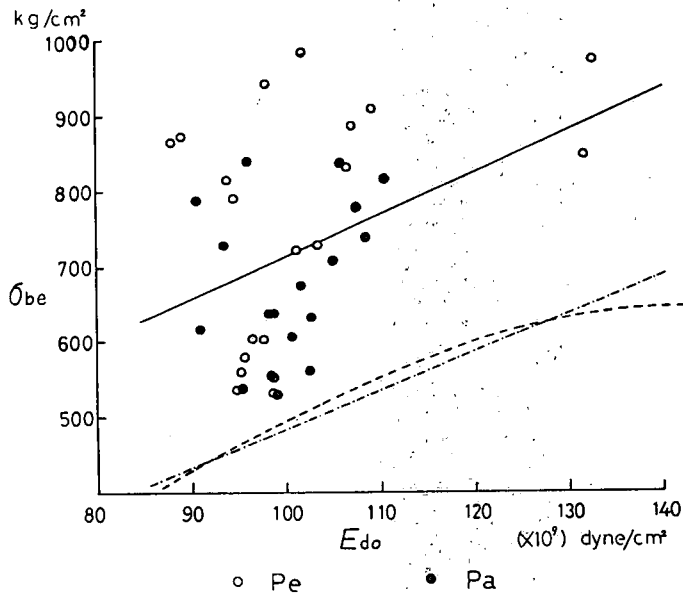


Fig. 3. Relationship between  $\sigma_{be}$  and  $Edo$  in clear samples

欠損をもつ木材ばりの曲げ破壊係数の推定法

① 推定法1 以上の結果から、欠損形状が正方形、正三角形の場合についても、一応既報<sup>1)</sup>の円孔について適用した次の仮定を採用し、この仮定にもとづき導いた式(3)を用いて曲げ破壊係数の推定値を計算した。

仮定 (1) 無欠損ばりの動的ヤング率と曲げ破壊係数との間には1次の直線関係が存在し、無欠

損ばりの曲げ破壊係数は動的ヤング率から求められる。

(2) 無欠損ばりの動的ヤング率に対する欠損をもつばりの動的ヤング率の割合は、欠損の形状および欠損率により、2次方程式によってあらわされる関係が成り立つ。

(3) 無欠損ばりの曲げ破壊係数に対する欠損をもつばりの曲げ破壊係数の比は、欠損のないばりの断面係数と欠損部残余の最小断面における断面係数との比であらわされる。

$$\sigma_{bc1} = \left( 5.53 \frac{Edh \times 10^{-9}}{\alpha R^2 + \beta R + \gamma} + 159.20 \right) \cdot \frac{Z_m}{Z_o}$$

where  $Z_m : Z_m = Z_o - Z_h$

$Z_o$  : section modulus of clear sample to the neutral axis of the sample

$Z_h$  : section modulus of hole to the neutral axis of the sample

式(3)から計算した推定値と実験値との関係について面外曲げを Fig. 4 に、面内曲げを Fig. 5 に示した。図の中で破線は推定値=実験値の直線であらわす。

推定値が理想的に推定されるならばこの破線上にのるはずであるが、木材が不均質なものであり、すでに基礎強度を求める式、つまり無欠損ばりの動的ヤング率から曲げ破壊係数を推定する段階でかなりの分散がある。

また、欠損残余の最小断面の材質がはり全体を代表する破壊応力度に等しいと考え、欠損の存在による応力集中もないものとして計算されているので、かなりの分散を示し、また正方形孔ではとくに計算値が実験値にくらべて大となり、欠損形状によりそれぞれ異なる傾向を示している。

個々の試験体ごとに実験値に対する推定値を求め、その結果の平均値およびその変動係数を Table 2 (A) に示した。

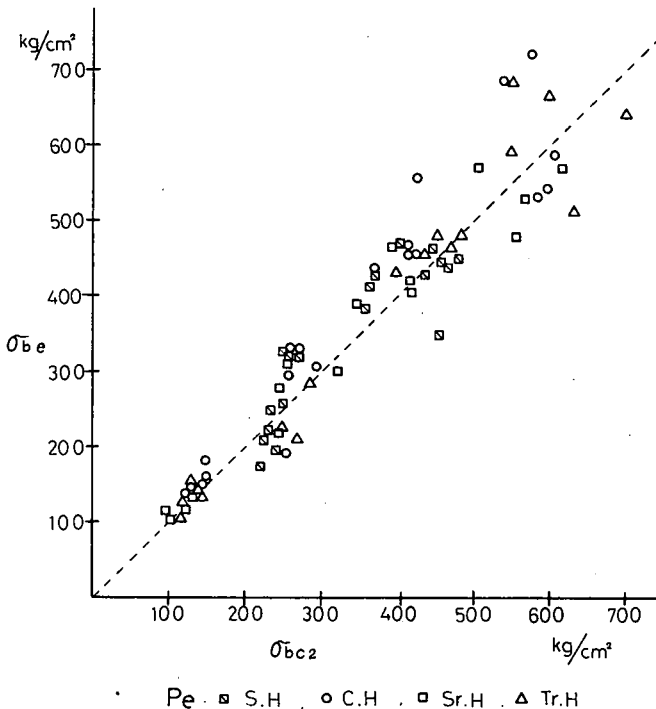
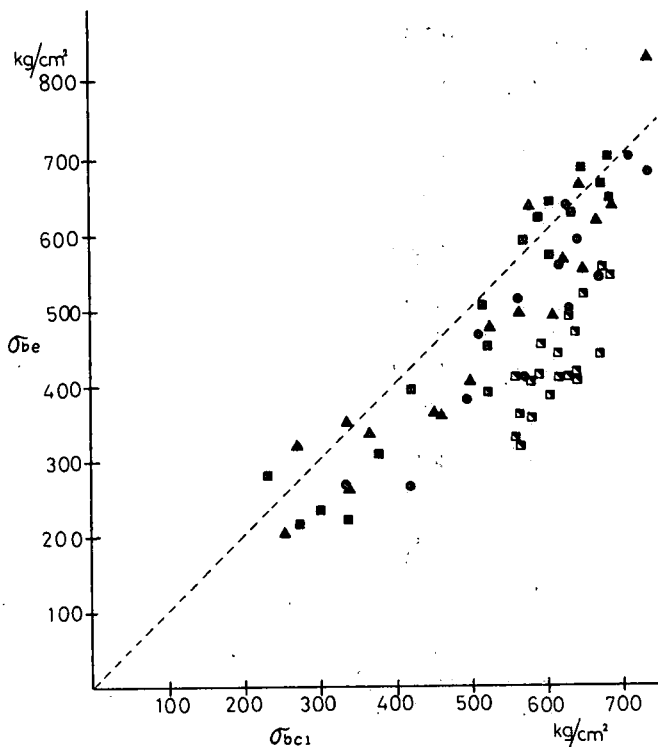


Fig. 4. Relationship between  $\sigma_{be}$  and  $\sigma_{bc1}$  in  $Pe$



Pa: ■ S.H ○ C.H □ Sr.H △ Tr.H

Fig. 5. Relationship between  $\sigma_{be}$  and  $\sigma_{bc1}$  in Pa

Table 2. Summary of  $\sigma_{bc1}/\sigma_{be}$  ( $\sigma_{bc2}/\sigma_{de}$ ,  $\sigma_{bcs}/\sigma_{be}$ ) and V.

		A		B		C	
		$\sigma_{bc1}/\sigma_{be}$	V (%)	$\frac{\sigma_{bc2}}{\sigma_{be}}$	V (%)	$\frac{\sigma_{bcs}}{\sigma_{be}}$	V (%)
Pe	S. H	1.38	20.4	1.00	15.2	0.67	14.5
	C. H	0.93	14.8	0.93	14.8	0.63	15.0
	Sr. H	1.11	11.9	1.00	10.9	0.68	11.4
	Tr. H	1.00	13.5	1.00	12.2	0.66	14.6
	S, C, Sr & Tr	1.11	23.1	0.98	13.8	0.66	14.3
Pa	S. H	1.46	10.4	1.00	7.0	0.65	7.4
	C. H	1.20	13.3	1.00	9.0	0.63	9.4
	Sr. H	1.09	15.4	1.00	12.5	0.62	12.4
	Tr. H	1.10	12.7	1.01	12.0	0.62	17.6
	S, C, Sr & Tr	1.22	18.1	1.00	10.5	0.63	12.5
Pe & Pa		1.16	21.2	0.99	12.3	0.65	13.6

円孔の面外の場合を除いて、計算値が実験値より大きくなる傾向が認められる。この原因としては、上述の欠損部残余の最小断面の材質（早晚材のあらわれかたなど）、欠損部の加工性（加工表面のアラサなど）などによることも考えられるが、主として破壊係数を求めるこの式が応力集中を

伴わないとして計算されているためと考えられる。すなわち、正方形孔における  $\sigma_{bc_1}/\sigma_{be}$  が最も大きくなっており、欠損部のすみにおける応力集中の影響が顕著にあらわれているものといえる。

② 推定法 2 弾性領域でのものではあるが、試験体の一部のものについて、欠損周辺のひずみをペーパーゲージで検出した結果の一例としてすみに丸みのある正方形孔の場合を Fig. 6 に示したが、応力集中の影響があらわれている。

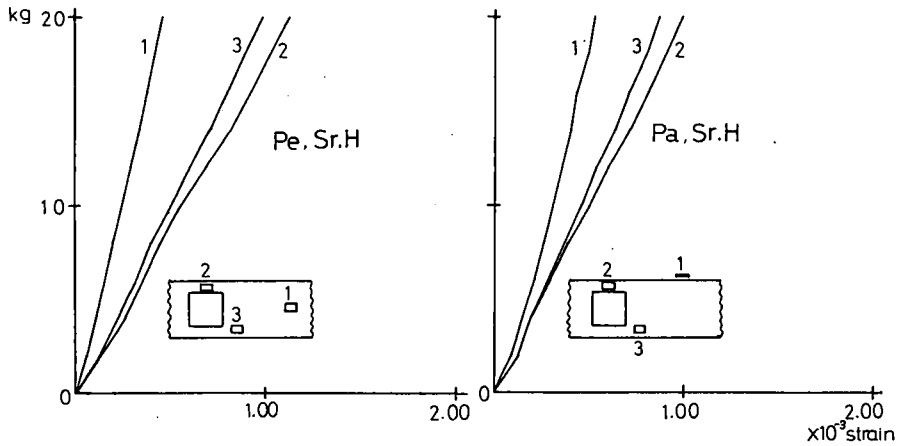


Fig. 6. Relationship between load and strain

これらの形状のものについて、均一体における円孔やすみに丸みのある正方形孔などの応力集中率については、厳密解あるいは光弾性実験による実験式から算出された値などが求められているが、これらはもちろん、きわめて局所における応力値であるし、木材のように早・晩材構造をもち、比重、ポアソン比などもそれぞれに異なる不均一なもので、また欠損部の加工面にもアラサのパラッキが予想されるものに対して、個々の試験体にこの応力集中率をそのまま適用することはかなり困難である。したがって、実験値に対する推定値の値と欠損部との関係について検討することから、この応力集中の影響を欠損の形状別に統計的に求めることが実際のありかつ有利であると思われる。

そこで、これらの関係について求めた結果の一例として、正方形孔の場合を Fig. 7 および Fig.

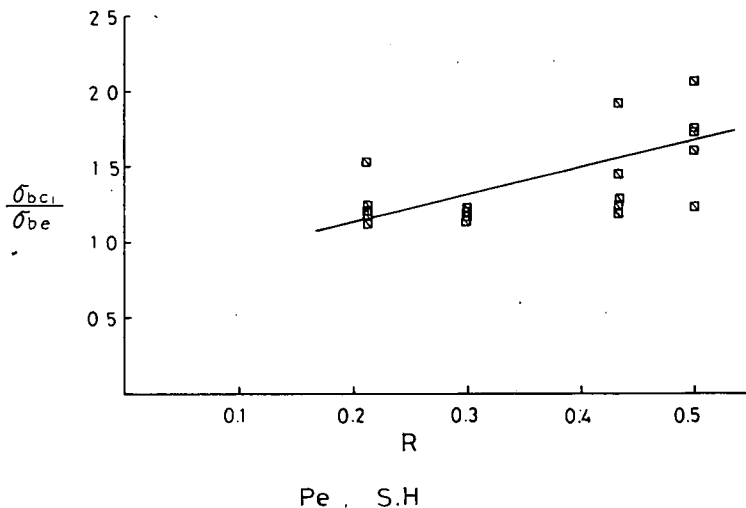
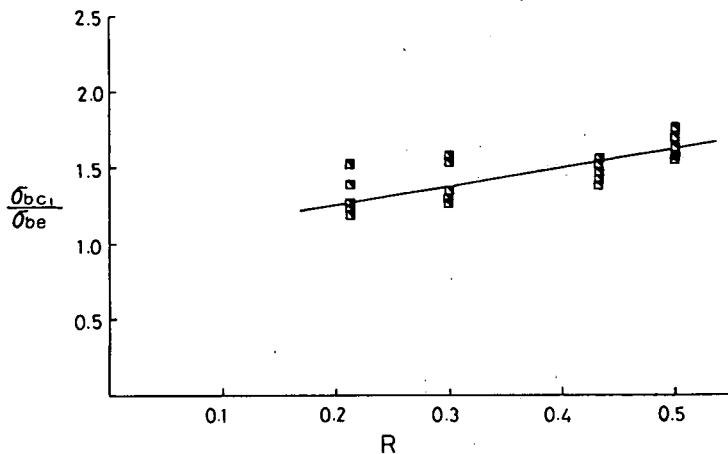
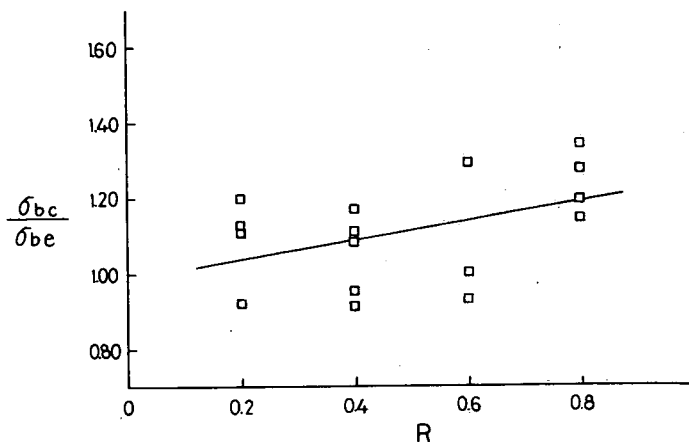


Fig. 7. Relationship between  $\sigma_{bc_1}/\sigma_{be}$  and  $R$  in Pe



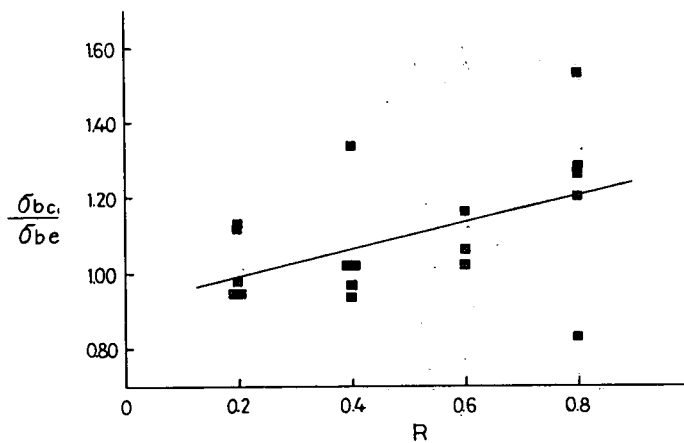
Pa, S.H

Fig. 8. Relationship between  $\sigma_{bc_1}/\sigma_{be}$  and R in Pa



Pe, Sr.H

Fig. 9. Relationship between  $\sigma_{bc_1}/\sigma_{be}$  and R in Pe



Pa, Sr.H

Fig. 10. Relationship between  $\sigma_{bc_1}/\sigma_{be}$  and R in Pa



Table 3. Summary of constants of  $abc_1/abc_2$ .

		$a$	$b$	$r$
$Pe$	$S. H$	1.65	0.81	0.6672
	$C. H$			-0.1695
	$Sr. H$	0.25	0.99	0.4162
	$Tr. H$	0.27	0.87	0.4632
$Pa$	$S. H$	1.07	1.07	0.7590
	$C. H$	0.61	0.96	0.7060
	$Sr. H$	0.34	0.93	0.4737
	$Tr. H$	0.14	1.03	0.2338

$r$ : correlation coefficient

8 に、すみに丸みのある正方形孔の場合を Fig. 9 および Fig. 10 に示した。円孔(面外)をのぞいて他の形状の場合もほぼ同様の傾向が認められ、両者の間には90%以上の有意水準で有意な正の直線関係が認められるので、この関係をあらわす直線式の定数および相関係数を Table 3 に示した。

この Table 3 の式を応力集中の影響をあらわす因子として、式 (3) に係数処理して式(4)を導いた。すなわち、推定法 1 の仮定(3)にさらに欠損形状によっては欠損率との一次関数で示される応力集中の影響係数を加えることを追加することとなる。

$$\sigma_{bc_2} = \left( 5.53 \frac{Edh \times 10^{-9}}{\alpha R^2 + \beta R + \gamma} + 159.20 \right) \frac{Zm}{Z_0} \cdot \frac{1}{aR + b} \quad (4)$$

式 (4) から算出した推定値と実験値との関係を面外曲げの場合を Fig. 11 に、面内曲げについては Fig. 12 に示した。結果は式(3)から推定したものより破線近くに分布している。ここでも個々

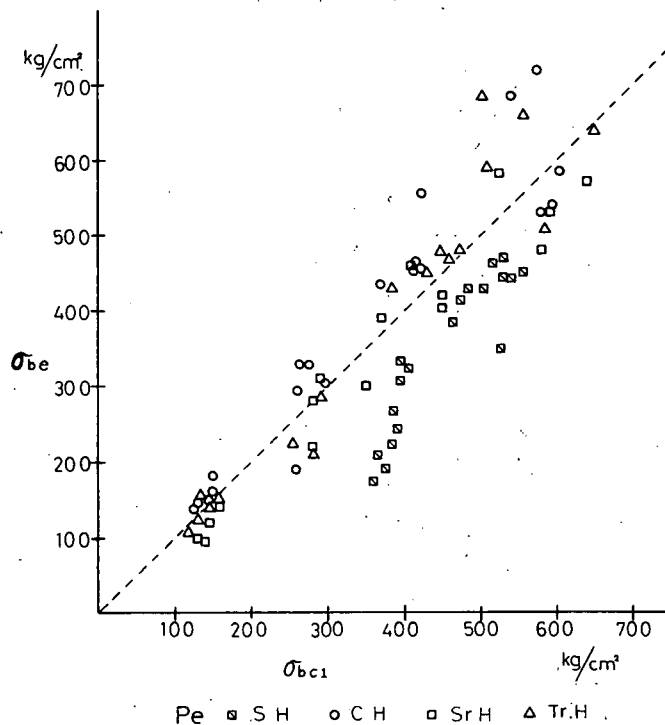


Fig. 11. Relationship between  $abc_2$  and  $abc_1$  in  $Pe$

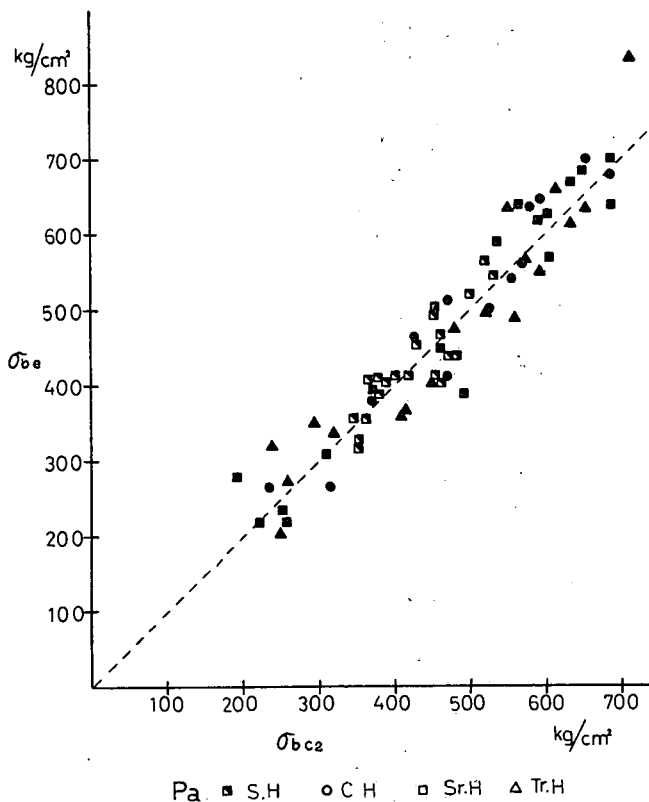


Fig. 12. Relationship between  $\sigma_{be}$  and  $\sigma_{bc_2}$  in Pa

の試験体ごとに実験値に対する推定値を求めて、その結果の平均値およびその変動係数を求めて Table 2 (B) に示した。式(4)で求めた結果の平均値はより1に近づき、ほぼ妥当な推定値が得られた。また変動係数も式(3)で求めた場合よりもやや小さくなる。

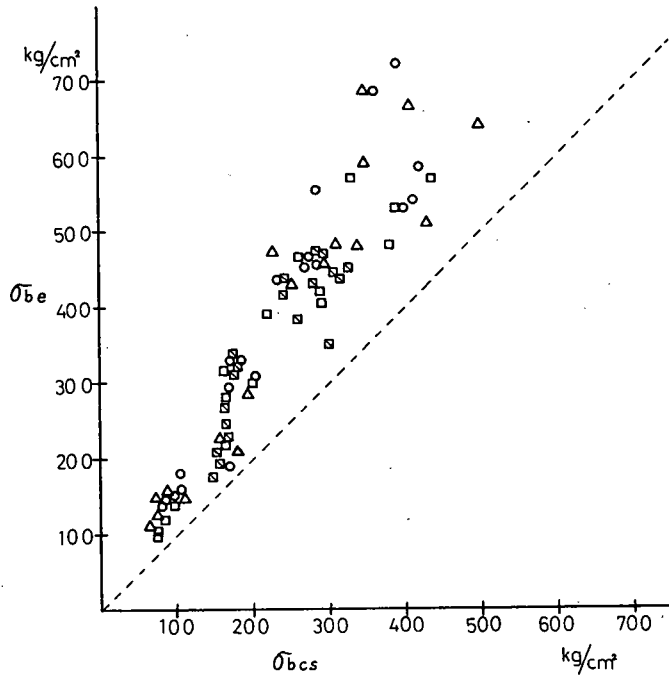
**安全側の推定値** 以上求めてきた推定値は、欠損がせん孔される前の基礎強度値を推定する式が平均的な値を算出する回帰式であるので、これから算出された欠損をもつはりのおよそ半数は推定値が実験値よりも大きく計算される。これら欠損をもつはりを強度部材として考える場合、推定値は実験値よりも小さな値、つまり安全側に計算されなければならない。

そこで、信頼水準95%で算出した下限信頼限界から得た式 (Fig. 1 参照) を利用し、式(5)を導いた。

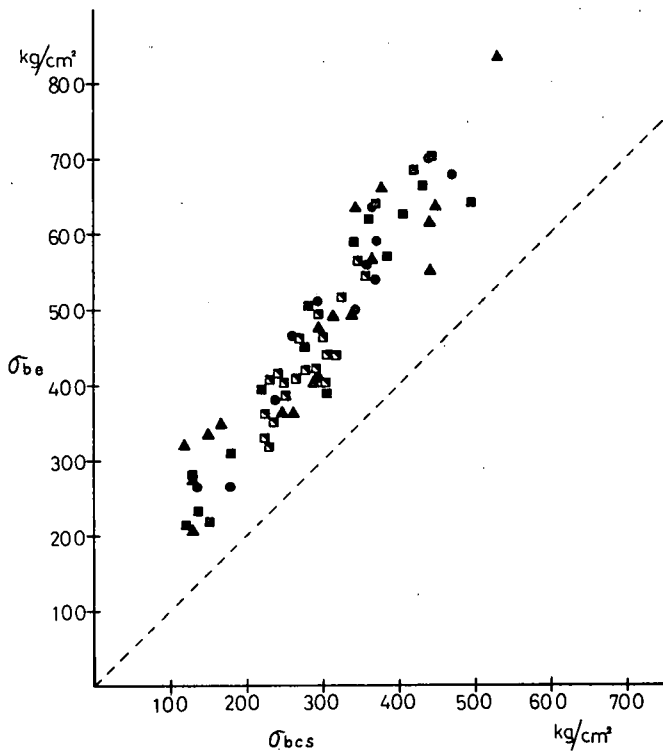
$$\sigma_{bcs} = \left( 5.34 \cdot \frac{Edh \times 10^{-9}}{\alpha R^2 + \beta R + \gamma} - 50.60 \right) \frac{Z_m}{Z_o} \cdot \frac{1}{aR + b} \quad (5)$$

この式(5)から計算された推定値と実験値との関係を面外曲げの場合 Fig. 13 に、面内曲げについては Fig. 14 に示した。ここでは全試験体が安全側に位置している。式(5)から求めた個々の試験体の実験値に対する推定値の平均および変動係数を式(3)および式(4)の結果と対比させて Table 2 (C) に示した。

結果は平均0.65とかなり低い値となったが、これは無欠点試験体のヤング率と強度との間ですでにかなりの分散があったためと考えられる。この実験の試験体数が少ないことから、それぞれの定数について実用上これを直接利用することは適切ではないが、それ自体の強度が比重、年輪幅その



Pe □ S.H ○ C.H □ Sr.H △ Tr.H  
 Fig. 13. Relationship between  $\sigma_{be}$  and  $\sigma_{bcs}$  in Pe



Pa □ S.H ○ C.H □ Sr.H △ Tr.H  
 Fig. 14. Relationship between  $\sigma_{be}$  and  $\sigma_{bcs}$  in Pa

他複雑な因子によって支配され、応力状態も欠損のみならず、その周辺の材質状態によっても異なるなど、複雑で多様性をもつ材料に対し、欠損形状が異なっても、ヤング率と欠損率とから画一的に推定する方法としては一応妥当な結果が得られたと考えられる。

### ま と め

振動法による木材ばりの非破壊試験に関し、ここでは正方形孔をもつばりの曲げ破壊係数を非破壊で推定する方法について、すみに丸みのある正方形孔、正三角形孔および円孔と比較検討しながら考察した。この実験条件の範囲で次の結果を得た。

1) 既報<sup>1)</sup>の円孔の場合と同様に、無欠損ばりの動的ヤング率と正方形孔をもつばりの動的ヤング率との割合は負荷条件(面外、面内)別に欠損率の関数(2次方程式)としてあらわされる。このことは他の形状の場合も同様である。

2) 実験値に対する式(3)の推定値の割合は、欠損率の関数としてあらわされる。

3) 1), 2)の結果から正方形孔(他の形状の場合も)をもつ木材ばりの曲げ破壊係数は、そのばりの動的ヤング率を求めることから、式(4)により曲げ破壊係数の推定値が求められる。

4) 強度部材として用いる場合安全側の推定値は式(5)から算出できる。これらの推定値は木材のような不均一、多様性をもつ材料の推定値としては一応妥当なものと考えられる。

### 文 献

- 1) 中山義雄, 木材学会誌, 21 (7) 402-409 (1975)
- 2) 中山義雄・青木昭男, 高知大学学術研究報告, 16 (16), 167-176 (1967)
- 3) 中山義雄, 木材学会誌, 20 (1) 1-8 (1974)
- 4) 西田正孝, 応力集中, コロナ (1967) ほか

(昭和52年9月27日受理)

(昭和53年1月13日分冊発行)