

水平円管路の伝熱特性 — 空気を伝熱媒体として用いる場合 —

田中忠芳^{*}・坪田 誠^{*}・宮地豊房^{**}・松岡孝尚^{*}・小嶋和雄^{***}・池見隆男^{****}・土居栄城^{****}・山崎堯右^{*}
(農学部機械工学研究室^{*}・高知大学名誉教授^{**}・農学部附属システム園芸実験施設^{***}・農学部農業機械学研究室^{****})

Heat Transfer from a Horizontal Circular Pipe — In the Case of Air Flow —

Tadayoshi TANAKA^{*}, Makoto TSUBOTA^{*}, Toyofusa MIYAJI^{**}, Takahisa MATSUOKA^{*},
Kazuo KOJIMA^{***}, Takao IKEMI^{****}, Eiki DOI^{****} and Takasuke YAMASAKI^{*}

^{*}Laboratory of Mechanical Engineering, Faculty of Agriculture ;

^{**}Professor Emeritus, Kochi University ;

^{***}Research Institute of System Horticulture, Faculty of Agriculture ;

^{****}Laboratory of Agricultural Machinery, Faculty of Agriculture

Abstract : We studied properties of heat transfer from a long horizontal circular pipe for greenhouse theoretically and experimentally. In this paper applying equations used usually for calculation of heat transfer to the minute section of the long circular pipe, we set up the simultaneous differential equations describing heat transfer from the pipe. The numerical solutions of them give the local coefficients of heat transfer along the long pipe. As compared with our experimental data, numerical values given by our method agree with the experimental data better than the values given by the usual method. Consequently we can conclude that our method is more effective than usual one for the purpose of the prediction of heat losses in greenhouse.

緒 言

ビニールハウス等施設園芸の環境制御には、今日まだ数々の問題が残されている。例えば、施設内の温度むらをなくしたり施設内により適切な微風を送ることなどにより、生物をとりまく微気象を改善する余地があるが、そのために、放熱管もしくは送風管として長い円管を用いようとする、その伝熱特性が正確に予測できないので適切な設計ができないのが現状である。また、ハウス団地を設計する場合、ハウスに伝熱媒体を輸送する円管路の熱損失および圧力損失を正確に見積ることができない。これらの問題を解決するためには、10~100mのオーダーの長い円管の伝熱特性を正確に予測することが必要になってくる。ところが、このような長い管を扱う場合、従来から用いられてきた計算方法¹⁾では、管壁温度や熱流束を管軸方向に沿って一定とみなして単純に取り扱うために、採用する熱通過率の妥当性に疑問点を残している。

そこで、本論文では、管壁温度や管内圧力が管軸方向に沿って変化することを考慮して、より正確な予測値を与えようと試みる。つまり、従来から水平円管路の伝熱特性の計算に用いられてきた諸式を連立させて、これらを管軸方向の微小区間に対して適用する。それにより得られる連立常微分方程式を数値計算で解き、管軸方向の任意点における管内平均温度、管内壁温度、管外壁温度、管内圧力などを算出する。ただし、ここでは管内を流れる伝熱媒体として空気を扱い、その流れは

十分発達した乱流状態にあるものとする。同時に行った実験で得られたデータとの比較をすると、今回の手法により得られた計算値と実験値との一致は極めてよいことがわかる。それゆえ、ここで用いた手法によって、従来大略的に取り入れられていた熱通過率の正確な評価を与え得るとともに、管外の自由対流や放射損失まで考慮した円管路の伝熱特性を予測することが可能であり、この手法が実用上極めて有効であることがわかる。

記 号

A_x : 管入口から任意の距離 x までの伝熱面積	q : 管軸方向の単位長さ当りの熱流束
C_p : 空気の定圧比熱	Re : Reynolds 数
$C_t = 0.503 / \{1 + (0.492/Pr_o)^{9/16}\}^{4/9}$	T : 温度
D_i : 管内径	T_c : 管中心温度
D_o : 管外径	T_{im} : 管内平均温度
F : 形状係数	T_{im0} : 管内平均温度の初期値
f : 管摩擦係数	T_{iw} : 管内壁温度
g : 重力加速度	T_{or} : 室温
Gr : Grashof 数	T_{ow} : 管外壁温度
h_i : 管内の熱伝達率	V_m : 管内平均流速
h_o : 管外の全体の熱伝達率	x : 管軸方向の距離
h_{oc} : 管外の自由対流による熱伝達率	ϵ : 放射率
h_{or} : 管外の放射による熱伝達率	θ : 無次元温度
K_s : 熱通過率	λ_a : 空気の熱伝導率
$K_u = 1000 \cdot V_m \rho D_i C_p / 4$	λ_m : 金属の熱伝導率
M : 空気通過質量	ν : 動粘性係数
Nu : Nusselt 数 ($= h \cdot D / \lambda_a$)	ρ : 空気密度
P : 管内圧力	σ : stefan-Boltzmann 定数
Pr : Prandtl 数	

添 字

c : 管中心, i : 管内, o : 管外, or : 室内(無限遠), m : 管内平均, w : 管壁, x : 管軸方向

計 算 式

まず、円管路の下流方向に x 軸を取り管入口を原点とする。その上で、従来から使用されている諸式を連立させて閉じた連立方程式をたて、任意の距離 x のところでの管内平均温度、管内圧力、管内壁温度、管外壁温度などを求めていく。

熱流は、管中心から管内壁へ(乱流熱伝達)、管内壁から管外壁へ(熱伝導)、管外壁から管外気へ(自由対流および放射による熱伝達)と移動して行くものとする。この時、微小区間において管中心から管外気へ流れて行く熱流束は一定であると仮定し、次の関係式を得る。

$$h_i(T_c - T_{iw}) = \lambda_m(T_{iw} - T_{ow}) = h_o(T_{ow} - T_{or}) \quad (1)$$

さて、管内で十分に乱流が発達しているものとする、管中心から管内壁への熱の移動は次の乱

流熱伝達の式で表される²⁾。

$$Nu_i = \frac{0.0275 \cdot Re_i^{0.775} Pr_i}{1 + 1.18 \cdot Pr_i^{-1/5.3} Re_i^{-1/10} (Pr_i - 1)} \cdot \frac{T_c - T_{iw}}{T_{im} - T_{iw}} \quad (\text{Karman の式}) \quad (2)$$

$$Nu_i = 0.21 \cdot Re_i^{0.8} Pr_i^{0.4} \quad (\text{Colburn の式}) \quad (3)$$

助走域の影響を考慮すれば, 式 (3) は

$$Nu_i = 0.21 \cdot Pr_i^{0.4} Re_i^{0.8} \{1 + (D_i/x)^{0.7}\} \quad (3')$$

もしくは

$$Nu_i = 0.21 \cdot Pr_i^{0.4} Re_i^{0.8} \{4/3 + (D_i/x)^{0.1}\} \quad (3'')$$

と変更される^{4),5)}。ここで, 式 (2) の適用範囲は

$$0.5 < Pr_i < 2.0, \quad 3 \times 10^3 < Re_i < 10^5, \quad (4)$$

式 (3), (3'), (3'') の適用範囲は

$$0.7 < Pr_i < 120, \quad 10^4 < Re_i < 10^5 \quad (5)$$

である。今回比較する実験の Prandtl 数および Reynolds 数は式 (4), (5) を満足するので, 適宜, 式 (2), (3), (3'), (3'') を採用する。ただし, 式 (2) において $(T_c - T_{iw}) / (T_{im} - T_{iw})$ の値は, Re_i を用いて次のように表される²⁾。

$$\frac{T_c - T_{iw}}{T_{im} - T_{iw}} = \frac{1}{0.0235 \cdot \log Re_i + 0.7320} \quad (6)$$

式 (2) または (3) より管内壁での熱伝達率 h_i を得る。

次に, 管内壁から管外壁までの熱の移動は, 金属部分 (ここでは亜鉛びき鉄板) の熱伝導で表される。

管外壁から管外気へは, 自由対流と放射により熱が移動する。自由対流熱伝達の式としては, 水平円管という形状を考慮し, 次式を採用する³⁾。

$$Nu_o = 0.773 \cdot \left(\frac{4}{3} C_t\right) \cdot (Gr \cdot Pr_o)^{1/4} \quad (7)$$

ここで,

$$C_t = \frac{0.503}{\{1 + (0.492/Pr_o)^{9/16}\}^{4/9}} \quad (8)$$

$$Gr = \frac{D_o^3 g (T_{ow} - T_{or})}{\nu^2 (T_{or} + 273.16)} \quad (9)$$

である。式 (7) ~ (9) を用いて自由対流による熱伝達率 h_{oc} が得られる。一方, 放射による熱伝達率 h_{or} は次式により与えられる²⁾。

$$h_{or} = \sigma \epsilon F \frac{(273.16 + T_{ow})^4 - (273.16 + T_{or})^4}{T_{ow} - T_{or}} \quad (10)$$

従って, 管外壁から管外気への全体の熱伝達率 h_o は,

$$h_o = h_{oc} + h_{or} \quad (11)$$

となる。

さらに、管内から管外への熱通過率 K_s は

$$K_s = \frac{1}{\frac{D_o}{h_i \cdot D_i} + \frac{D_o}{2 \lambda_m} \ln\left(\frac{D_o}{D_i}\right) + \frac{1}{h_o}} \quad (12)$$

で与えられる。一方、単位時間に管内から管外へ放出される熱流束 q は、

$$q = -V_m \rho \frac{D_i}{4} \cdot 1000 \cdot C_p \frac{dT_{im}}{dx} \quad (13)$$

で与えられる。ここで、空気密度 ρ は気体の状態方程式により与えられる。式 (12), (13) は次式

$$q = K_s (T_{im} - T_{or}) \quad (14)$$

で関係付けられるので、簡単のため

$$K_u = \frac{1000}{4} V_m \rho D_i C_p \quad (15)$$

とおき、式 (12), (13) を式 (14) に代入すれば、

$$\frac{dT_{im}}{dx} = - \frac{K_s}{K_u} (T_{im} - T_{or}) \quad (16)$$

となる。ここで、管内平均流速 V_m は

$$V_m = \frac{4M}{\pi D_i^2 \rho} \quad (17)$$

で与えられる。管内の単位時間当りの空気通過質量 M は、管入口から管出口まで一定であると仮定する。

また、円管路内の圧力損失は、

$$\frac{dP}{dx} = -f \frac{1}{D_i} \frac{\rho V_m^2}{2} \quad (18)$$

で与えられる。ここで、管摩擦係数 f は、Blasius の式

$$f = 0.3164 \cdot Re_i^{-1/4} \quad (19)$$

を採用する。

以上列挙された式 (1) ~ (19) は閉じており、これらを連立して整理すると、式 (16) および式 (18) の 2 元連立常微分方程式を解けばよいことがわかる。

数値計算結果と実験、従来との対比

すでに得られた 2 元連立常微分方程式を数値的に解く。使用する物性値 (ν , λ_a , ρ , C_p , Pr) は、各場所における温度 T の関数として与える。

初期値としては、管入口での管内平均温度、管壁温度、管内圧力、Reynolds 数と平均室温を与える。空気通過質量は上記の初期値より式 (17) を用いて求められる値を初期値とし、その値を管入口から管出口まで一定として計算する。

きざみは0.01mとした。きざみを0.01mと0.02mとでそれぞれ計算した結果を比較すると、3桁まで数値が一致することから、きざみ0.01mのときの有効数字は3桁であるとみなすことができる。

典型的な計算結果を Fig. 1 に示す。ここで、縦軸には

$$\theta = \frac{T_{im} - T_{or}}{T_{im0} - T_{or}} \quad (20)$$

横軸には x/D_0 という無次元化したパラメータをそれぞれとっている。実験値は○印で示されている。また、実線は今回の手法によって計算された値を表し、破線は従来熱交換器の設計で用いられてきた式¹⁾

$$T_{im} = T_{or} + (T_{im} + T_{or}) \cdot \exp\left(-\frac{K_s \cdot A_x}{M \cdot C_p \cdot 1000}\right) \quad (21)$$

によって計算された値を表す。ただし、上式中の熱通過率 K_s は、従来の計算ではほぼ 4~12 の値とされてきた¹⁾。ここではこの K_s を管入口において式 (12) により与え、管出口まで一定とする。

まず、管内乱流熱伝達の式として、Karman の式 (2) を用いた場合と Colburn の式 (3) を用いた場合とを比較する。数値計算の結果、これらの違いは θ の値の差がせいぜい 0.01 以内であり、式 (2) と式 (3) はほぼ同じ結果を与えるものとみなしてよい。したがって、今回の手法による計算値と、実験値ならびに従来の式による計算値との比較は、管入口での Reynolds 数が各々の場合について、Fig. 1 のようになる。

次に、管内入口の助走域の補正をした式 (3') または (3'') を管内乱流熱伝達の式として用いると、式 (3') を用いた結果と式 (3'') を用いた結果は、補正のない式 (2) または (3) を用いた場合とほぼ一致し、やはり Fig. 1 のようになる。

今回の手法による計算値は、Reynolds 数が比較的高いときには実験値と極めてよく一致することがわかる。従来の計算式 (20) による計算値

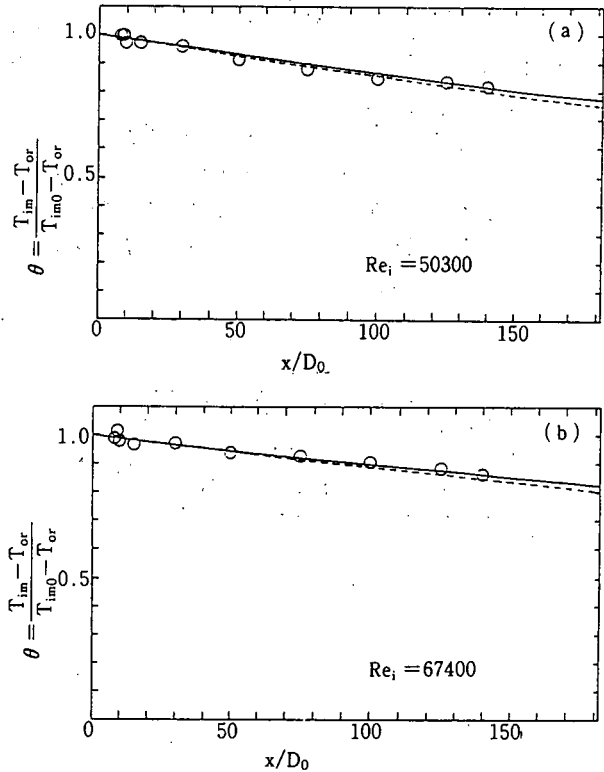


Fig. 1. Variation of parameter θ with position x/D_0 . The solid and broken lines represent the values given by our method and the usual one, respectively. The symbol \bigcirc indicates our experimental data. The Reynolds number is written in each figure.

は、いずれも今回の手法による計算値に比べて、管入口からの距離が大きくなると、実験値からずれてくる。今回は約10mの放熱管を対象としたが、放熱管の長さが100mのオーダーになると、従来の式による計算では有効な予測値を与えなくなることが予想される。

また、Reynolds 数が低い場合に実験値が予測値を下まわるのは、同時に本研究室で行った実験例から判断して、管内の自由対流により流速分布が任意断面で非対称になり、そのために熱伝達率が一様でなくなるためであると思われる。

結 言

施設園芸で用いられる長い放熱管（空気を伝熱媒体として用いる場合）の伝熱特性を研究した。ここでは、従来から伝熱計算に用いられている諸式を、管の微小区間に対して適用し、管軸方向の任意点における管内平均温度、管壁温度、管内圧力などを数値的に求めた。同時に実験で得られた数値と比較すると、この方法によって得られた計算値は、従来の計算法によるものよりもよく一致する。このことから、従来管入口から管出口まで一定として取り扱っていた熱通過率を、今回の方法により、管軸方向の任意点における係数として正確に求め得ることが明らかになった。

また、この数値計算による方法を用いれば、10~100mのオーダーの放熱管の伝熱特性を正確に予測することが可能であり、それをもとにして、施設用放熱管の設計に必要な各条件での、実用的で便利な簡易表を作成することが可能となる。

以上により、今回の手法が実用上極めて有効であることがわかる。

最後にあたり、本研究の遂行には当時本学学生であった、福井 巧、大塚寛治、佐藤 寛の3君に多大の労力を得た。ここに深甚の謝意を表します。

文 献

- 1) 西川兼康・藤田恭伸：伝熱学，理工学社，東京（1982）。
- 2) 甲藤好郎：伝熱概論，養賢堂，東京（1973）。
- 3) 甲藤好郎・佐藤 俊・西川兼康・水科篤郎・森 康夫（編）：伝熱学特論，養賢堂，東京（1984）。
- 4) McADAMS, W. H. : "Heat Transmission", 3rd ed., McGraw-Hill, New York (1954).
- 5) CHOLETTE, A. : Chem. Eng. Progr., 44, 81 (1948).

(昭和63年9月29日受理)

(昭和63年12月27日発行)