

# 平行四辺形の対角線の見掛けの長さ

浜 口 恵 治\*

(人文学部文学科心理学研究室)

## The Apparent Length of the Diagonal of a Parallelogram

Keiji HAMAGUCHI

(Laboratory of Psychology, Faculty of Humanities)

**Abstract:** Parallelograms have two diagonals (long and short ones). The long one is called a long diagonal, and the short one is called a short diagonal. If one of the diagonals of a rectangle is fixed in length and inclination, and the upper and the lower line of this rectangle are shortened, a parallelogram with the long diagonal is constructed. If these lines are lengthened in the same manner, a parallelogram with the short diagonal is constructed. Such various parallelograms with the diagonal of the same length and the same inclination are constructed, and the apparent lengths of the diagonal of such various parallelograms were measured. The apparent lengths of the long diagonal progressively decreased as the long diagonal became more conspicuous. The apparent lengths of the short diagonal progressively increased as the short diagonal became more conspicuous.

### 序

Fig. 1 の三角形 AEC は、二等辺三角形であるので、左側の平行四辺形 ABEF の対角線 AE と右側の平行四辺形 BCDE の対角線 CE は、物理的に等しいのであるが、主観的には、右側の対角線 CE の方が短く見える。これをザンダー錯視 (Sander illusion) という。この錯視の原因について、いろいろな説が提出されている<sup>1), 2), 3), 4), 5)</sup>。浜口<sup>6)</sup>は、それらの説の正否の検討実験を行い、Rausch<sup>7)</sup>のデータに基づいて「よき形態の法則」<sup>8)</sup>によりザンダー錯視を説明した Metzger の説<sup>5)</sup>を支持する結果を得た。すなわち、ザンダー錯視は短対角線 (Fig. 1 の左側の平行四辺形の対角線 AE) の過大視と、長対角線 (同右側の平行四辺形の対角線 CE) の過小視の組み合わせにより生じた。

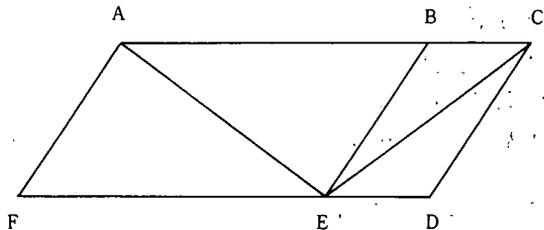


Fig. 1. ザンダーの平行四辺形(ザンダー錯視)

さて、本論の実験は、Metzger の説をさらに精神物理学的に検討するために計

画された。平行四辺形は、長短二本の対角線を持ち、長い方の対角線は長対角線、短い方は短対

\* 本研究は、井川政江氏、横山博子氏の協力を得て行われたものである。ここに深く感謝の意を表します。

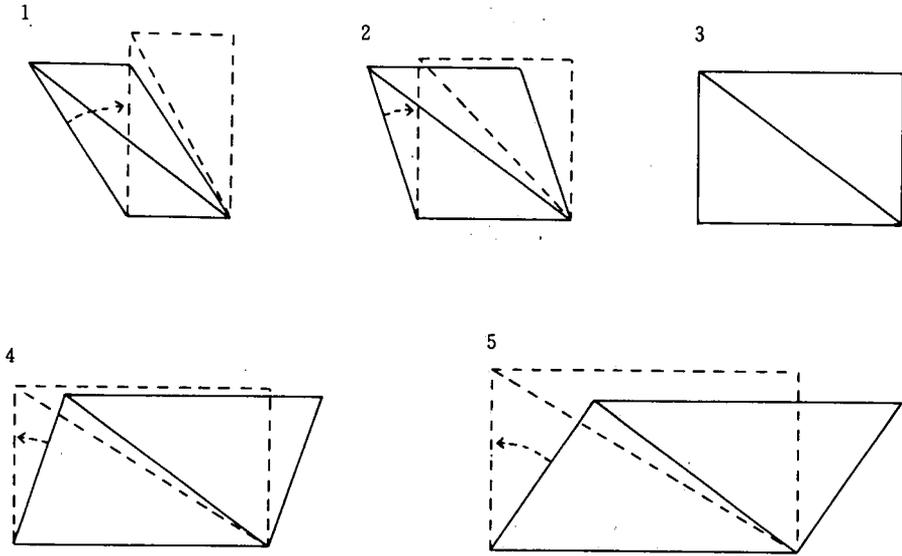


Fig. 2. 平行四辺形の長対角線の過小視及び短対角線の過大視を「よき形態の法則」によって説明するための模式図

角線という。Fig. 2の実線図のように、長方形の一方の対角線の長さと同傾きを固定し、上辺と下辺を短くすれば、その対角線は平行四辺形の長対角線になる (Fig. 2-2の実線図)。そして、この二辺を次第に短くしていけば、より顕著な長対角線を持つ平行四辺形 (同 Fig. 2-1) になっていく。逆に、この二辺を長くすれば、この対角線は短対角線になる (同 Fig. 2-4)。そして、この二辺を次第に長くしていけば、より顕著な短対角線を持つ平行四辺形 (同 Fig. 2-5) になっていく。

Metzgerは、平行四辺形は「よき形態」である長方形の歪んだ形態であり、平行四辺形は直立することにより、「よき形態」である長方形に近づこうとする傾向があると考えた。そうすると、より顕著な長対角線を持つ平行四辺形になればなるほど、より歪んだ形態になっていき、その反動として直立することにより「よき形態」である長方形に復帰しようとする傾向がつよくなり、その分、過小視傾向が大きくなっていくと仮定される (Fig. 2-2, Fig. 2-1の破線図)。すなわち、平行四辺形の左右の両辺が直立し、上辺と下辺と直角をなすように (長方形になるように) しようとするれば、長対角線は押し縮められることになるからである。逆に、より顕著な短対角線を持つ平行四辺形になればなるほど、より歪んだ形態になっていき、その反動として直立することにより「よき形態」である長方形に復帰しようとする傾向がつよくなり、その分、過大視傾向が大きくなっていくと仮定される (Fig. 2-4, Fig. 2-5の破線図)。すなわち、平行四辺形の左右の両辺が直立し、上辺と下辺と直角をなすように (長方形になるように) しようとするれば、短対角線は引き伸ばされることになるからである。これらの仮定を実験的に検討するために以下の実験を行った。

## 実 験

方 法

被験者 大学生10人

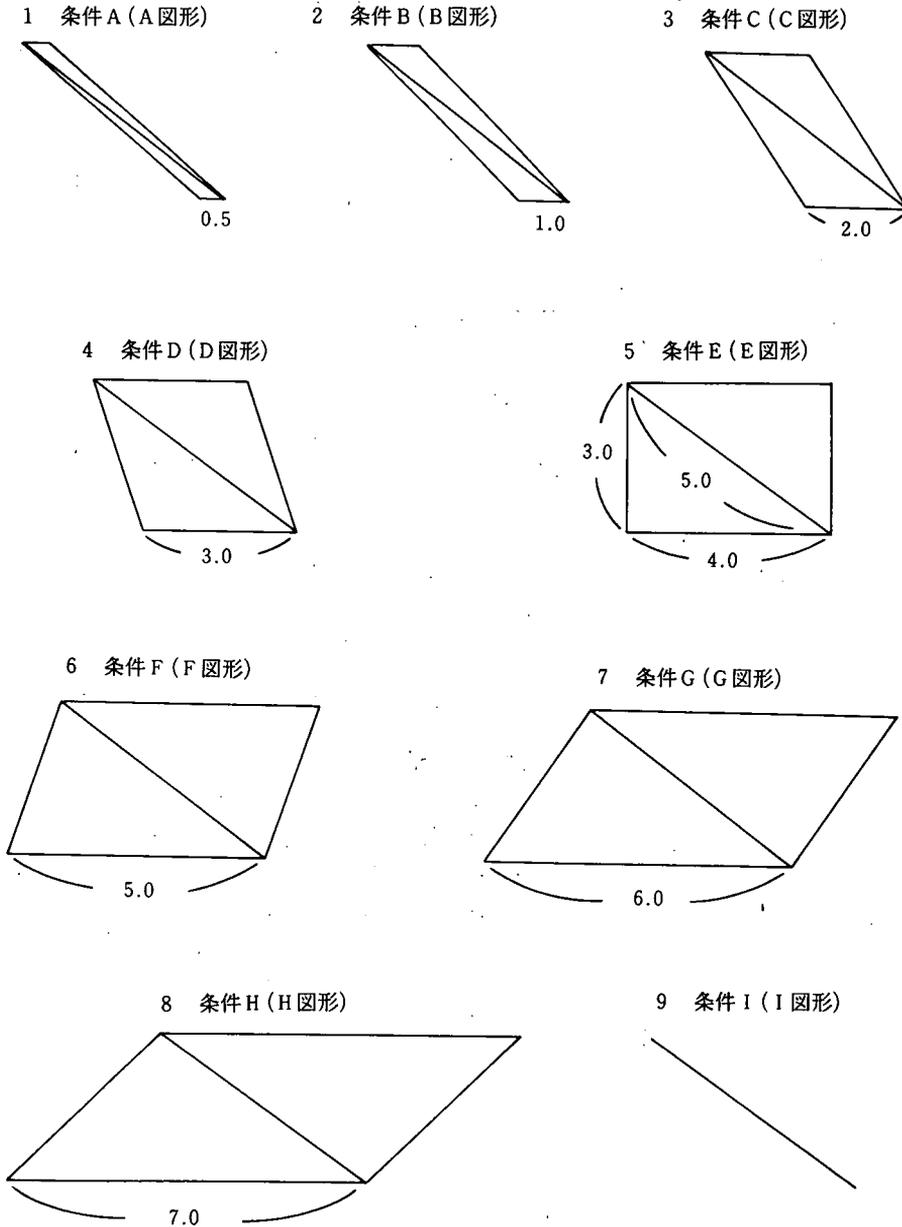


Fig. 3. 各条件で呈示された標準刺激(単位: cm)

刺激 標準刺激は、Fig. 3 に示した9種の図形である(9条件)。これらは、1つずつ21.3cm(縦)×13.4cm(横)の白ケント紙に巾0.5mmで黒インクによって描かれた。なお、Fig. 4 に示すようにこれらの図形は、その底辺が下から8.8cmの高さに、その左上の角が左から3.9cmに位置する

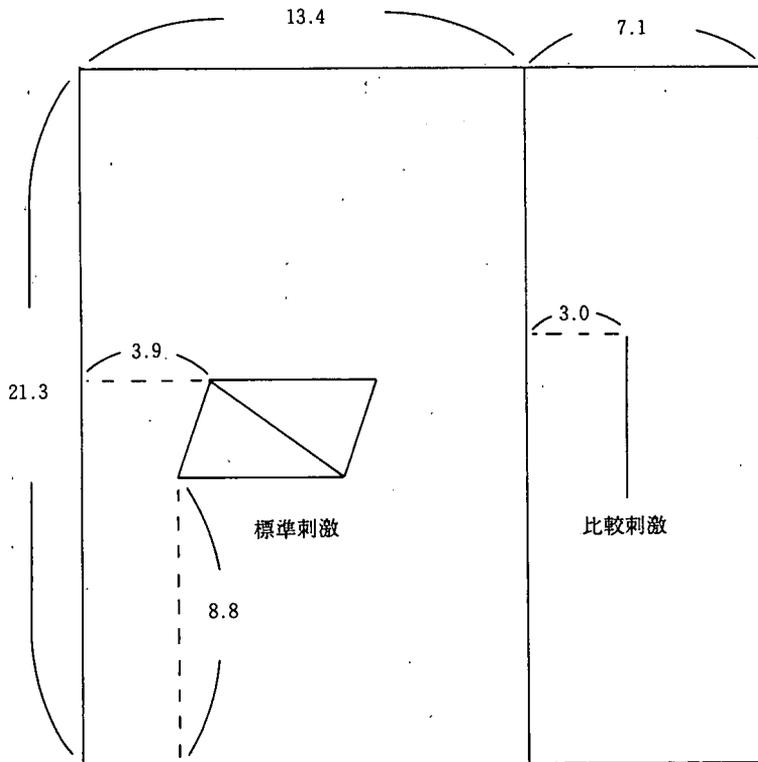


Fig. 4. 刺激図形の配置(単位: cm)

ように描かれた。Fig. 3におけるE図形は、3 cm (縦) × 4 cm (横) の長方形である。したがって、その対角線は5 cmである。このE図形の対角線の長さと同様傾きを固定して、その上辺と下辺を短くして3 cmずつにしたものがD図形、同じく2 cmがC図形、同じく1 cmがB図形、同じく0.5 cmがA図形であり、逆に、その上辺と下辺を長くして5 cmずつにしたものがF図形、同じく6 cmがG図形、同じく7 cmがH図形である。I図形は、A～Hの実験条件刺激図形に対する、それらと同じ長さと同様傾きを持った単一線分である統制条件刺激図形である。

比較刺激は、1.5 mmステップで変化する2.60 cm～7.10 cmの垂直線であり、これらは、一本ずつ、21.3 cm (縦) × 7.1 cm (横) の白ケント紙に巾0.5 mmで黒インクで描かれた。なお、Fig. 4に示すようにこれらの垂直線の中心は、地のケント紙の中心より1 cm上、左から3.0 cmの所に描かれた。ランダムに選ばれた標準刺激に対して、比較刺激は、呈示毎に、次第に長く、又は、次第に短くなるように取り替えられた。

**装置** 刺激呈示のために、DP-6型タキスト・スコープ(竹井機器KK製)を用いた。第一チャンネルは刺激呈示(白ケント紙上の輝度 $8.87 \text{ cd/m}^2$ :東京光学機械KK製、色彩輝度計、BM-5で測定)、第三チャンネルには凝視点呈示(白ケント紙中央の線巾2 mm、長さ1 cm、 $N=1.5$ の×印:白ケント紙上の輝度 $4.52 \text{ cd/m}^2$ )のため用いられた。

**手続** 極限法の変法の一つである上下法(up and down method)を用いた。一つの条件につき上昇・下降系列一回ずつで、その順序は条件毎にランダムに行った。各系列は、四回の判断の逆転によりなり、PSEは各逆転毎に求められ、合計2(系列) × 4(逆転) = 8のPSEの平均を

以て各条件の PSE とした。各条件の測定順序はランダムに行った。実験者の「ハイ」の合図の後、0.5秒～1.0秒後に刺激図形が0.5秒間呈示された。その直後に被験者は判断を求められた。刺激が呈示されていない間、あるいは刺激間隔時間（被験者のペースに合わせて2秒～3秒）の間、常に凝視点が呈示され、又、その間に実験助手が次の比較刺激に取り替えた。教示は、「左側の図の対角線部分、又は、単一の斜線に比べて、右側の垂直線が短いと見えたら『短い』、等しいと見えたら『等しい』、長いと見えたら『長い』と答えて下さい」と与え、三件法で判断させた。そして、客観的な長さではなく主観的な長さで比較するよう、図形を部分的にはなく全体的に観察するよう注意した。実験所要時間は27分～50分、平均36.9分であった。

結 果

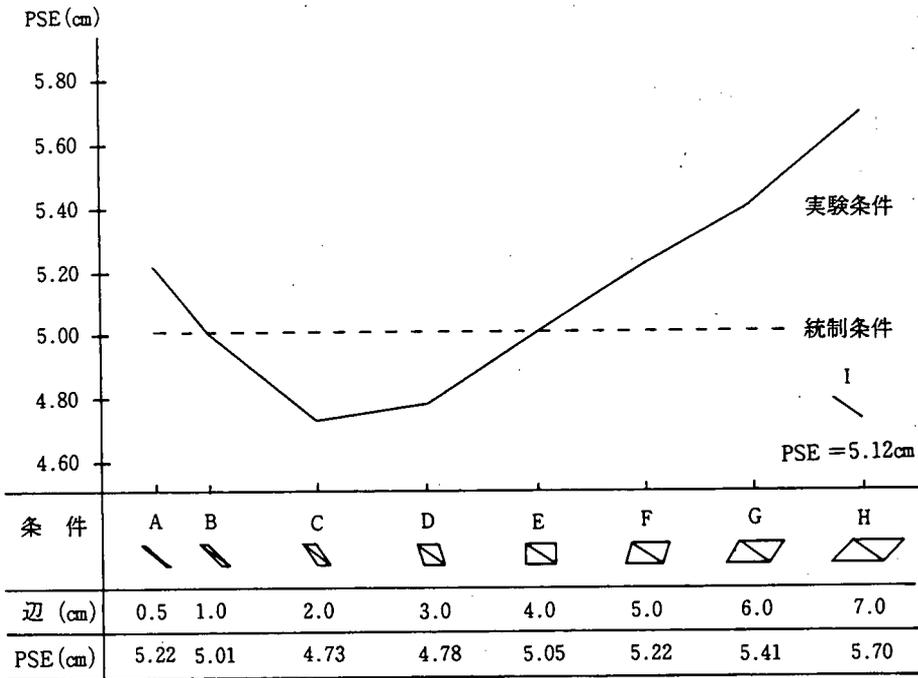


Fig. 5. 平行四辺形の対角線の見掛けの長さ (P S E)

各条件における10人の被験者の PSE の平均を Fig. 5 に示した。これを分散分析したところ、条件間に統計的に有意な差があった ( $F = 11.42$   $df = (7, 63)$   $p < 0.01$ )。さらに各条件間の  $t$  検定を行い、それを Table 1 に示した。Fig. 5 と Table 1 によると、長方形 E 図形 (PSE = 5.05cm) より長対角線が、より顕著な平行四辺形になるにつれて、D 図形 (PSE = 4.78cm)、C 図形 (PSE = 4.73cm) と、途中までではあるが次第に長対角線の過小視が大きくなっていき、それらは統計的に有意に過小視された (D 図形:  $t = 2.88$   $df = 9$   $p < 0.05$ , C 図形:  $t = 4.13$   $df = 9$   $p < 0.01$ )。逆に、長方形 E 図形より短対角線が、より顕著な平行四辺形になるにつれて、F 図形 (PSE = 5.22cm)、G 図形 (PSE = 5.41cm)、H 図形 (PSE = 5.70cm) と次第に短対角線の過大視が大き

Table 1  
各条件間の  $t$  検定

条件 PSE (cm)	A  5.22cm	B  5.01cm	C  4.73cm	D  4.78cm	E  5.05cm	F  5.22cm	G  5.41cm	H  5.70cm	I  5.12cm
A  5.22									
B  5.01	$t=1.90$								
C  4.73	$t=4.63^{**}$	$t=2.57^*$							
D  4.78	$t=3.28^{**}$	$t=2.94^*$	$t=0.35$						
E  5.05	$t=1.72$	$t=0.51$	$t=2.43^*$	$t=2.62^*$					
F  5.22	$t=0.01$	$t=4.16^{**}$	$t=3.26^{**}$	$t=5.57^{**}$	$t=2.14$				
G  5.41	$t=1.23$	$t=2.96^*$	$t=4.22^{**}$	$t=3.65^{**}$	$t=3.58^{**}$	$t=1.38$			
H  5.70	$t=2.42^*$	$t=5.83^{**}$	$t=5.48^{**}$	$t=7.32^{**}$	$t=3.65^{**}$	$t=3.63^{**}$	$t=1.33$		
I  5.12	$t=0.89$	$t=0.98$	$t=4.13^{**}$	$t=2.88^*$	$t=0.44$	$t=0.12$	$t=1.53$	$t=4.15^{**}$	

\* :  $p < 0.05$  \*\* :  $p < 0.01$

くなっていき、H図形では統計的に有意に過大視された ( $t=4.15$   $df=9$   $p < 0.01$ )。このようにC図形からH図形にかけての結果は序において述べた仮定、すなわち、より顕著な長対角線を持つ平行四辺形になればなるほど過小視傾向が大きくなり、逆に、より顕著な短対角線を持つ平行四辺形になればなるほど過大視傾向が大きくなるという仮定を検証しえたといえる。ところが、C図形より、上辺と下辺がさらに短くなっていくB図形 (PSE = 5.01cm) とA図形 (PSE = 5.22cm) は、次第に過小視が小さくなっていき、統計的に有意に過小視されなくなっていった (B図形 :  $t=0.98$   $df=9$  NS, A図形 :  $t=0.89$   $df=9$  NS)。

この実験で操作した独立変数は、平行四辺形の上辺と下辺の長さである。序において述べた仮定を言い換えると、辺の長さの関数として、平行四辺形の対角線の見掛けの長さ (PSE) は、正の勾配になるということが出来る。C図形 (辺の長さ 2 cm) からH図形 (同 7 cm) にかけては、この仮定は実験的に検証されたが、A図形 (同 0.5 cm) からB図形 (同 1 cm)、C図形にかけては、負の勾配になり、仮定は結果と矛盾するといえる。

なお、Metzger 説に従えば、長方形E図形の対角線の見掛けの長さには、過小視も過大視も生じないはずである。結果は、統制条件刺激図形I (PSE = 5.12cm) より少し過小視されたが統計的には有意でなかった ( $t=0.44$   $df=9$  NS)。すなわち、この結果は、Metzger 説を疑う根拠にはならないといえる。

考 察

長方形E図形から、次第に長対角線がより顕著な平行四辺形にするために、この実験では、上辺と下辺を次第に短くする操作によりそれをした。そして、より顕著な長対角線を持つ平行四辺形になればなるほど、より歪んだ形態になっていき、その反動として直立することにより「よき形態」になろうとする傾向が強くなり、その分、長対角線の過小視傾向が大きくなっていくと仮定した。もし、完全に長方形に復帰したとすれば、Fig. 3-2 (下辺の長さ3cm)の破線の長方形の対角線の長さは、4.36cmに、Fig. 3-1 (同2cm)のそれは4.12cmとなる。さらに、上辺と下辺の長さを次第に短くしていった場合の同様な模式図をFig. 6に示した。平行四辺形の左辺を底辺としている

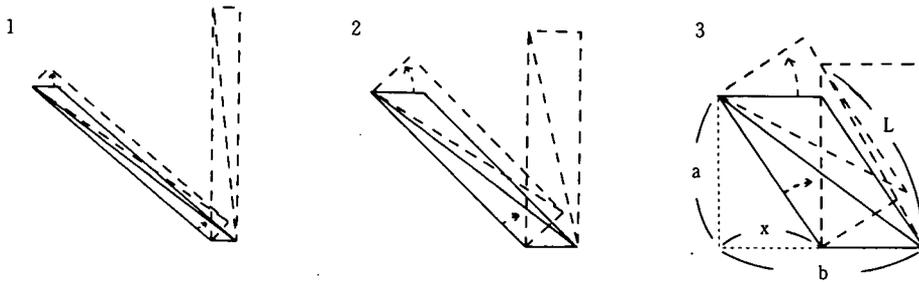


Fig. 6. A図形・B図形における長対角線の過小視の減少を「よき形態の法則」によって説明するための模式図

破線の長方形とその対角線を除くと、Fig. 3と同様の模式図となり、Fig. 6-3 (同2cm)はFig. 3-1と全く同じであるが、Fig. 6-2 (同1cm)の直立している破線の長方形の対角線の長さは4.36cm、Fig. 6-1 (同0.5cm)のそれは4.64cmとなり、Fig. 6-3の4.12cmに比べて、次第に増大していく。このように、Fig. 6により考察すると、辺の長さの関数として、平行四辺形の対角線の見掛けの長さの勾配が、C図形からA図形にかけて逆転した結果は、なんら、Metzgerの説に矛盾するものではなく、むしろ、支持し得るものといえる。なお、長方形に復帰するとしても、Fig. 6-1～Fig. 6-3における平行四辺形の下辺を底辺とした破線の長方形よりも、左辺を底辺とした破線の長方形に復帰すると考えた方が、「よき形態の法則」の意味する「単純・最少・よい形の原理」<sup>9).10)</sup>からいって自然であろう。この場合でも、前者と形や大きさは変わらないから、対角線の長さも変わらない。

一般的に、Fig. 6-3のように、縦辺の長さがa、横辺の長さがbの長方形から、その横辺の長さをxだけ短くして平行四辺形を作り、そして、その下辺と側辺が直角をなす長方形を作った場合の、その対角線の長さ(L)を計算すると

$$L = \sqrt{2x^2 - 2bx + a^2 + b^2}$$

となり、 $\sqrt{\quad}$ の中は、xの二次式であるから、これを微分して最小値を得るxの値を求めると

$$\begin{aligned} f(x)' &= 4x - 2b = 0 \\ x &= b/2 \end{aligned}$$

となる。

つまり、長方形の横辺の半分の長さの上辺と下辺を持つ平行四辺形（C図形）の長対角線の見掛けの長さが最小であり、この辺の長さより長くなっても（D図形）、短くなっても（B図形、A図形）長対角線の見掛けの長さはC図形のそれより増大するものと考えられる。なお、計算された対角線の長さは、長方形に復帰しようとする傾向の強さ（5.00cmとの差が大きいほど強い）を記述しているに過ぎず、この長さに長対角線の見掛けの長さになるということではない。

同様にして、短対角線図形の場合の長方形に復帰しようとする傾向の強さを計算すると、5.92cm（F図形）、7.00cm（G図形）、8.19cm（H図形）となる。なお、この場合も、この長さに短対角線の見掛けの長さになるということではない。しかし、結果は、仮定どおり辺の長さの関数として、短対角線の見掛けの長さは正の勾配を得て、Metzgerの説を支持した。

A～H図形における、描かれていないが、もう一つの対角線の長さを計算すると、4.24cm（A図形）、3.61cm（B図形）、3.00cm（C図形）、3.61cm（D図形）、5.00cm（E図形）、6.71cm（F図形）、8.54cm（G図形）、10.44cm（H図形）となる。長対角線がより顕著な平行四辺形になるということは、この長対角線の長さが固定されているので、この描かれていない対角線の長さが5.00cmより次第に短くなって、相対的に長対角線が長くなっていくということである。この実験では、より顕著な長対角線を持つ平行四辺形を作るのに、長方形の上辺と下辺を次第に短くしていくことで操作した。この操作は、E図形（もう一方の対角線の長さ5.00cm）→D図形（同3.61cm）→C図形（同3.00cm）までは正しいが、C図形（同3.00cm）→B図形（同3.61cm）→A図形（同4.24cm）では、この操作は、逆に、次第に長対角線がより顕著でなくなっていく平行四辺形を作っていたことになる。しかし、結果は、この逆転を反映して、辺の長さの関数の勾配も逆転し、C図形→B図形→A図形と、次第に、長対角線がより顕著でない平行四辺形になるにつれて、長対角線の見掛けの長さが過小視されなくなっていった。よって、一般的に、長対角線が顕著になればなるほど、その見掛けの長さは減少するといえる。

E図形～H図形にかけては、もう一つの描かれていない対角線は、5.00cmから次第に長くなっていくので、より顕著な短対角線を持つ平行四辺形を作るのに、長方形の上辺と下辺を次第に長くしていった操作は正しかった。そして、結果を見ると、一般的に、短対角線が顕著になればなるほど、その見掛けの長さは増大するといえる（もちろん、上限があるであろう）。

Metzgerの説に従えば、長方形の対角線の見掛けの長さは、過小視も過大視もされないはずである。この実験結果は、長方形E図形の対角線の見掛けの長さはそうであったので、Metzgerの説を支持したといえる。しかし、浜口<sup>6)</sup>は長方形の対角線の見掛けの長さが、統計的に有意に過小視されたとの結果を得ている。長方形には細長いものから、日常よく見慣れている黄金分割の縦横比を持つものや、正方形に至るまでいろいろな形がある。長方形にも「よき形態」の長方形というものがあり、例えば、日常よく見慣れている黄金分割型の長方形や正方形は「よき形態」をしているので、その対角線は過小視されないが、そうでないものは過小視されるということがあるのであろうか。この実験で用いた長方形のその対角線と下辺のなす角度は36.87°で、黄金分割型の長方形のその35.26°に近かった。これに比べて、浜口の用いた長方形のそれは31.00°といくぶん細長いものであった。長方形の形態の相異によるその対角線の見掛けの長さの違いに関しては、今後の検討課題にしたい。

## References

- 1) Pressey, A. W. A theory of the Mueller-Lyer illusion. *Perceptual and Motor Skills*, 25, 569-572 (1967).
- 2) Runyon, R. P., & Cooper, M. R. Enhancement of Sander illusion in minimal form. *Perception & Psychophysics*, 8, 110-111 (1970).
- 3) Robinson, J. O. *The psychology of visual illusion*. p. 24, Hutchinson, London (1972).
- 4) Cooper, M. R., Runyon, R. P., Tatz, S. J., & Heimer, W. I. The Sander illusion as a function of relative space and component lines. *Perception & Psychophysics*, 11, 102-104 (1972).
- 5) Metzger, W. *Gesetze des Sehens*. Waldemar Kramer, Frankfurt (1953). [盛水 四郎 (訳) 視覚の法則. p. 150-155, 岩波書店 (1968)]
- 6) 浜口 恵治 ザンダー錯視の研究. 高知大学学術研究報告, 35, 人文科学, 47-53 (1986).
- 7) Rausch, E. *Struktur und Metrik figural-optischer Wahrnehmung*. p. 338-340, Waldemar Kramer, Frankfurt (1952).
- 8) Wertheimer, M. Untersuchungen zur Lehre von der Gestalt. II. *Psychologische Forschung*, 4, 301-350 (1923).
- 9) Hochberg, J. E. *Perception*. 2nd ed. Prentice-Hall, New Jersey (1978). [上村 保子 (訳) 視覚. p. 156-176, 岩波書店 (1981)]
- 10) 浜口 恵治 見る世界——あなたは、外界をどのように知覚していますか——. 中島 誠 他著 心の探検隊くあなたも心の中をのぞいてみませんか). p. 111-164, アカデミア出版会 (1985).

(昭和62年4月3日受理)

(昭和62年8月5日発行)

