

気体力学のキャビテーションへの応用

第1報 キャビテーション下の噴流のひろがり角について

山崎堯右・宮地豊房・松岡尚孝・金子長男*

(農学部機械工学研究室)

Application of Gas Dynamics to Cavitation

Report 1. Maximum possible turning angle.

T. YAMASAKI, T. MIYADI, T. MATSUOKA and N. KANEKO

(Laboratory of Mechanical Engineering, Faculty of Agriculture)

At present, it is impossible to calculate the flow pattern past the immersed body in the vicinity of cavitation according to a physical base. Particularly, the cavity length and its pressure distribution can be determined with a few assumptions. In this paper, to find a clue the neck of cavitation, we shall try to apply gas dynamics to the cavitation with bubble flow and calculate the maximum angle of rarefaction shock of corner-type in the local two phase flow. Nearly experimental values agree with the theoretical results. But at the moment we cannot necessarily fully explain all the phenomena about it. So, in the next paper, we will extend to study the other flow, for example, about thin arc-foil and characteristics of centrifugal pump with cavitation.

1. 緒 言

従来のキャビテーションに関する研究は単一気泡の生成、変形、破壊や、不連続流れとしての均一相の流れに関する解析である。

また、空洞部付近について、これまで取扱ってきたような不連続的に急に水から空洞に境界が存在するいわゆる常圧下のベントした流れとか、物体まわりのはくりした流線の場合は、普通定義するキャビテーション現象ではない。

全圧のうちほとんどが動圧分に変換されたときにみられる本来のキャビテーションでの空洞の境界付近は白い気泡の流れとなり、液体中に存在していた気体が膨張しているようである。

本研究は、水中にわずかに存在する気体成分がみかけの液体の密度を大きく変化せしめるとして、気体力学の手法が、どの程度キャビテーションを説明しうるかを検討するための一つとして、膨脹波の曲がり角を計算し、実測値と比較したものである。

2. 計 算 式

以下使用する記号を次のように定める。

a : 水と気体を含めたみかけの音速

$c : c^2 \equiv a^2 \rho_0 / p_1$

θ : 噴流のひろがり角

θ_{max} : 噴流のひろがり角の最大値

κ : 液体中に存在する気体の断熱指数

$\xi : \equiv p/p_1$ なる無次元数

* 財団法人電子計算機センター

- n : ポリトロープ指数
- M : $\equiv v/a$
- p : とりあげる個所の絶体圧力
- p_1 : x_1 を測定したときの圧力
- P : 全圧
- P_{atm} : 大気圧
- ρ_0 : 液体の大気圧下の比質量
- ρ' : 気液 2 相流れのときの圧力のみかけの比質量
- u : 極座標動径方向の速度
- U : $\equiv (\rho_0/p_1)u^2$
- v : 極座標の動径方向に直角方向の速度
- V : $\equiv (\rho_0/p_1)v^2$
- x_1 : 大気圧下の単位体積の水に含まれる気体の容積
- X : $\equiv \left(\frac{1}{n} \cdot \frac{x_1}{1-x_1} \right)$

2 相流れのエネルギー式については既報⁽¹⁾の仮定を含み次の仮定を設ける。

- i) 含有空気は水から溶出された形として、気液各々単独に気体と液体の性質を保つとし、相変換に伴う潜熱、相関の界面のエネルギーの作用は考えない。
- ii) 相間のすべりは $x_1 < 0.1$ 以下故考えない。
- iii) x_1 は水中常温常圧下で略0.03以下だから x_1^2 は無視する。
- iv) 液体は気体の圧縮率に比較して著しく小さいのでこれを非圧縮性流体とした。
- v) 急激な流れでは、断熱流れとし熱の出入は考えない。

vi) 最初大気圧下で溶けた気体が回流水槽内でキャビテーションによって分離され、しばらくはその状態の x_1 を保有するものとする。

既報の誘導によるエネルギー式は、極座標系では図1より、 $n = \kappa$ として

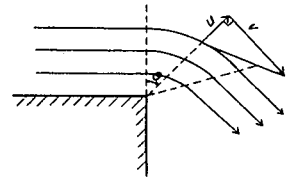


Fig. 1 Polar Co-ordinates

$$\frac{p}{\rho_0} + \frac{P_1}{\rho_0} \frac{x_1}{\kappa(1-x_1)} \ln p + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) = \frac{P}{\rho_0} \dots\dots\dots(1)$$

いまここで $p = P_1 \xi$ とすると $dp = P_1 d\xi$ だから(1)式は

$$\frac{P_1}{\rho_0} \xi + \frac{P_1}{\rho_0} \frac{x_1}{\kappa(1-x_1)} \ln \xi + \frac{1}{2} (u^2 + v^2) = const$$

さらに $(\rho_0/P_1)u^2 \equiv U^2$, $(\rho_0/P_1)v^2 \equiv V^2$, $\left(\frac{1}{n} \right) \left\{ \frac{x_1}{(1-x_1)} \right\} \equiv X$ と無次元化すると

$$\xi + X \ln \xi + \frac{1}{2} (U^2 + V^2) = \frac{P}{P_1} \dots\dots\dots(2)$$

ここで $\xi \leq 1$ 故 $\ln \xi$ をテイラー展開すると

$$\ln \xi = (\xi - 1) - \frac{(\xi - 1)^2}{2} + \dots\dots\dots \text{(以下省略)}$$

($0 < \xi \leq 1$) 故

近似式として

$$\xi + X(\xi - 1) - X \frac{(\xi - 1)^2}{2} + \frac{1}{2}(U^2 + V^2) = \frac{P}{P_1} \dots\dots\dots(3)$$

ここで X は小さく X^2 以上の項は省略してさしつかえない。さらにキャビテーションは既報⁽¹⁾のごとく気液 2 相流れのみかけの音速付近で発生していることから

みかけの音速は

$$a = \left\{ \frac{x_1}{1-x_1} \frac{P_1}{\rho_0} \right\}^{1/2} \left\{ \frac{1 - \frac{k-1}{\kappa} \cdot \frac{x_1}{1-x_1}}{\frac{x_1}{\kappa(1-x_1)}} \frac{p}{P_1} + 1 \right\} \dots\dots\dots(4)$$

で $\frac{\kappa-1}{\kappa} \cdot \frac{x_1}{1-x_1} \approx 0$ として

$$c^2 \equiv a^2 \frac{\rho_0}{p_1} = \frac{x_1}{1-x_1} \left\{ \frac{1}{\frac{x_1}{\kappa(1-x_1)}} \frac{p}{p_1} + 1 \right\}^2 = \kappa X \left(\frac{\xi}{X} + 1 \right)^2 \dots\dots\dots(5)$$

となる。

いま、扱う流れは定常流として、図 1 に示すごとく、速度、密度、圧力は動径方向に沿って一定とすると、極座標系の非粘性 (Re がきわめて大) 圧縮流体の運動方程式から

$$v = \frac{du}{d\theta} \dots\dots\dots(6)$$

$$\frac{v}{r} \left(\frac{dv}{d\theta} + u \right) = -\frac{1}{\rho'} \frac{dp}{rd\theta} \dots\dots\dots(7)$$

連続の関係より

$$\rho' u + \frac{d}{d\theta} (\rho' v) = 0 \dots\dots\dots(8)$$

ところで

$$\frac{d\rho'}{d\theta} = \left(\frac{1}{a^2} \right) \frac{dp}{d\theta} \dots\dots\dots(9)$$

故(7)式は

$$\frac{v}{r} \left(\frac{dv}{d\theta} + u \right) = -\left(\frac{a^2}{\rho'} \right) \left(\frac{d\rho'}{rd\theta} \right) \dots\dots\dots(10)$$

(8)式に代入し

$$\left(\frac{dv}{d\theta} + u \right) \left(1 - \frac{v^2}{a^2} \right) = 0 \dots\dots\dots(11)$$

(7)式より $\frac{dv}{d\theta} + u \neq 0$ であるから上式が成立するには $a=v$ でなければならない。

故に $c=V$ とおいて(5)式より

$$V^2 = \kappa X \left\{ \frac{1}{X} \xi + 1 \right\}^2 \dots\dots\dots(12)$$

$$\therefore \xi = \sqrt{\frac{X}{\kappa}} V - X \dots\dots\dots (13)$$

(13)式を(3)式に代入して $V = \frac{dU}{d\theta}$ とすると、次式を与える。すなわち

$$\left(\frac{dU}{d\theta}\right)^2 + 2\sqrt{\frac{X}{\kappa}}(2X+1)\frac{dU}{d\theta} + U^2 - c^2 - 5X = 0 \dots\dots\dots (14)$$

または $\kappa = 1.4$ として

$$\frac{dU}{d\theta} = -\sqrt{\frac{X}{1.4}}(2X+1) \pm \sqrt{5.75X + c^2 - U^2} \dots\dots\dots (15)$$

ただし V は $V \geq 0$ の実数である。

上式を満足する $\frac{dU}{d\theta}$ のうち ξ が水の飽和蒸気圧と等しくなる $\frac{dU}{d\theta}$ が最大曲がり角 θ_{max} となる。なぜならば流体に水を使用した場合、キャピテーションの空洞は、水の飽和蒸気圧以下には下がりえないからである。

3. 数 値 計 算

i) 計算法

(15)式を Euler の数値計算法で解いた。この計算にあたって、上流側圧力 P_1 、空気含有率 x_1 は表1の値をとった。また初期条件は $U = 0$ のとき $\theta = 0$ となる。なお、使用した計算機は Olivetti programma 101 計算機と CasioAL-1000型計算機である。

表-1

P_1	0.250	1.00	6.00	11.00	kg/cm ² ·ads.
X_1	0.0288	0.0179	0.010	—	vol. %
C	0.50	2.00	12.00	22.00	m/sec

ii) 計算結果

以上の計算によって(15)式を満足する V の関係を求めると図2のようになる。 θ_{max} の値は表2に示す。図2は気体のみの場合と異なり V が小さいところで θ がのびており、溶存気体の影響が

表-2 θ_{max} の計算結果

No.	P_1	X_1	θ_{max}	U
1	1.0	0.0288	99.6	1.442
2	6.0	0.0288	92.8	3.470
3	11.0	0.0288	91.0	4.690
4	1.0	0.0179	96.8	1.430
5	6.0	0.0179	92.1	3.468
6	11.0	0.0179	90.7	4.690
7	1.0	0.010	92.5	1.420
8	6.0	0.010	91.1	3.464
9	11.0	0.010	90.4	3.685
10	0.25	0.0288	100.8	0.758
11	0.25	0.0179	97.8	0.725
12	0.25	0.010	93.0	0.718

あらわれている。 θ_{max} は P_1 が増すにつれて急激に減少し、 90° に近づいている。 x_1 が小さいほど小さい。ただし図の θ_{max} は $M=1$ 故 90° をさしひいた値である。

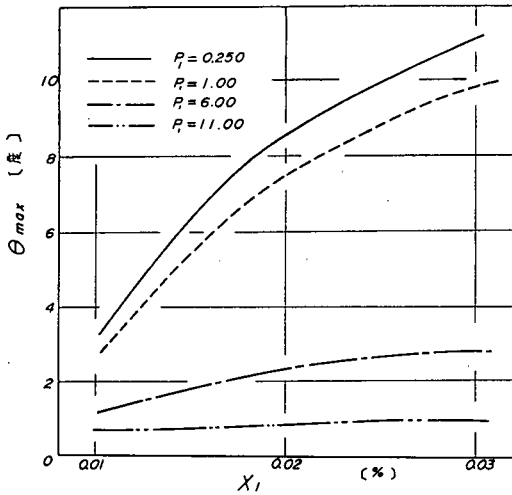


Fig. 2-1 最大噴流角と空気含有量の関係

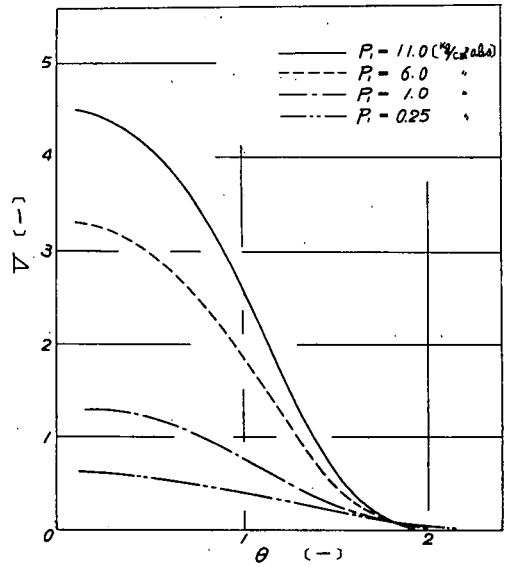


Fig. 2-2 θ と V の関係

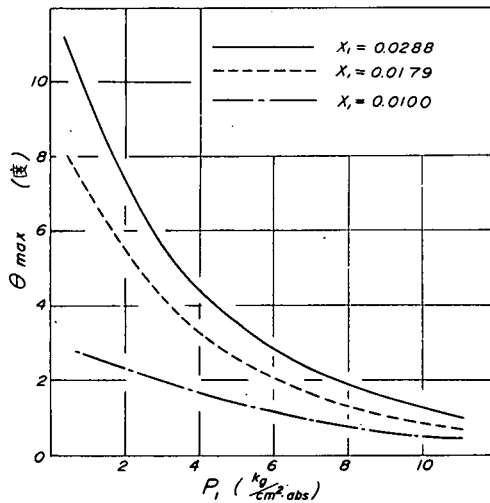


Fig. 5 最大噴流角と上流側圧力との関係

iii) Runge-kutter 法による計算との誤差

以上の計算は Euler の数値計算法で解いたものであるが、ここでさらに精度が高いと考えられる Runge-kutler 法でその値の差を比較してみる。その結果は図3に示すごとく、わずかな差しか認められない。よってここでは計算に便利な Euler 法を使用することにした。

すなわち

$$y'_0 = \sqrt{A - y^2} - B$$

$$A \equiv c^2 + 5.75X$$

$$B \equiv \sqrt{\frac{X}{1.4}} (2X + 1)$$

$$\therefore y_1 = y_0 + \Delta x y_0'$$

$$y_2 = y_1 + \Delta x y_1'$$

.....
.....

$$y_n = y_{n-1} + \Delta x y'_{n-1}$$

であり、Olivetti 計算機と CasioAL-100型計算機のプログラムは付録に示してある。

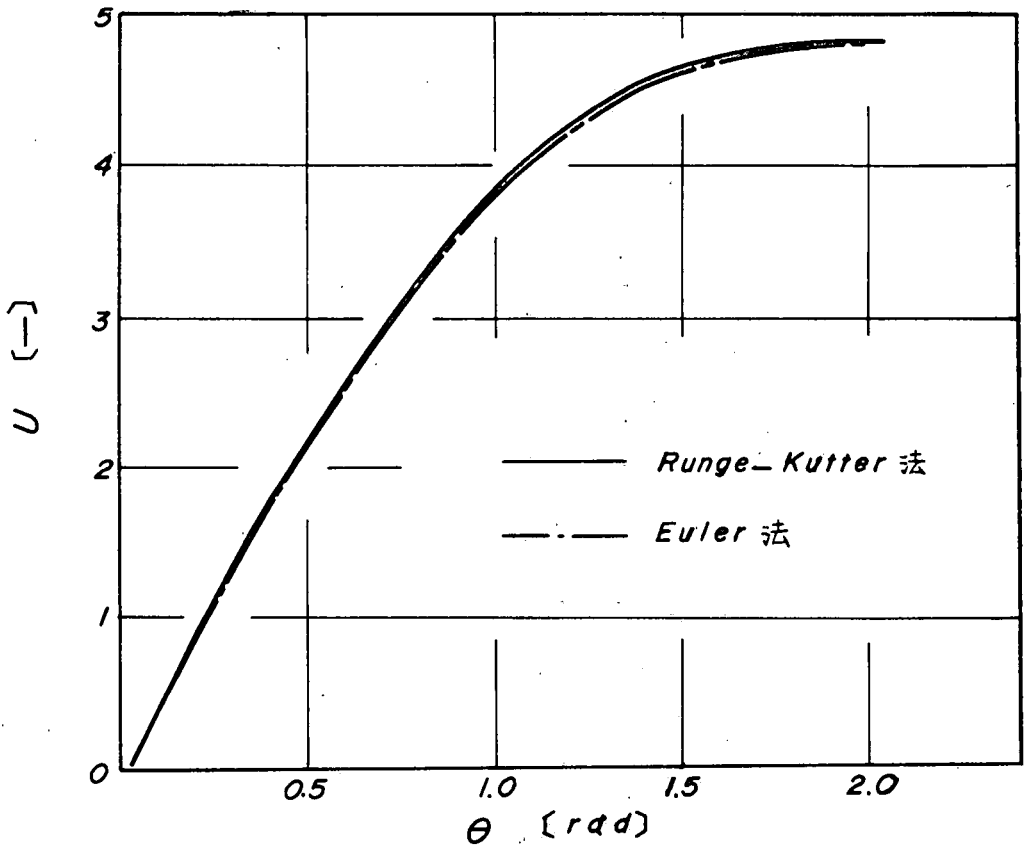


Fig. 3 Runge-Kutta 法と Euler 法との比較

v) エネルギー近似式の誤差

エネルギー式(2)とその近似式(3)が既存のベルヌーイ式とどれだけ異なっているかを図4に示した。

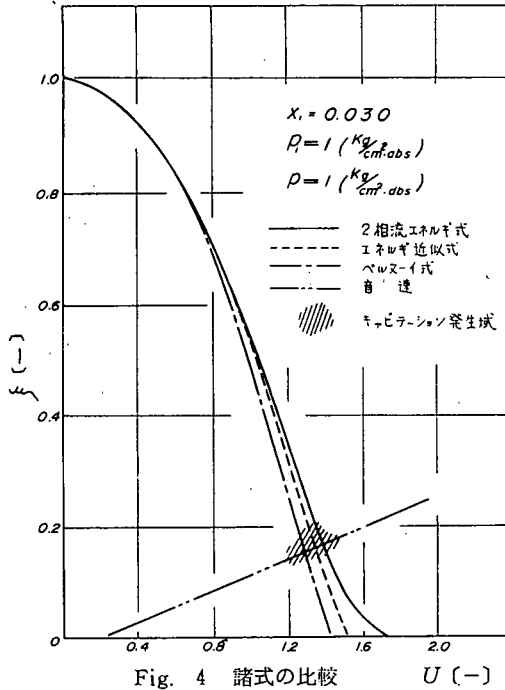
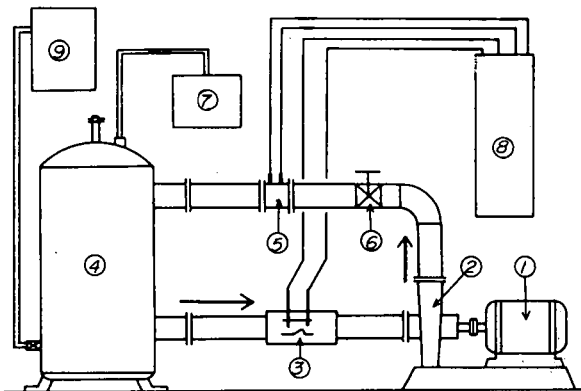


Fig. 4 諸式の比較 Velocity versus Pressure in the Various Energy Equation

4. 実験装置と方法

図6に示すごとく、回流水槽である。これに使用したポンプは、吐出し量0.55m³/mn, 揚程23m, 所要動力3.7kw, 1800rpm で、水槽加熱用ボイラは、マルナカ蒸土機RS-150で換算蒸発量118kg/h, 燃料消費量7kg/h のものを使用した。圧力測定には水銀マンメータを使用した。キャビテーション発生下では、気泡がマンメータ管内に入ってくるための液面変動を逐一修正した。流量



実験装置の概略図

- ① モートル
- ② ポンプ
- ③ 供試ノズル
- ④ 水槽
- ⑤ ベンチュリー計
- ⑥ スルースバルブ
- ⑦ 真空ポンプ
- ⑧ マンメータ
- ⑨ ボイラ

Fig. 6 Cavitation Tunnel

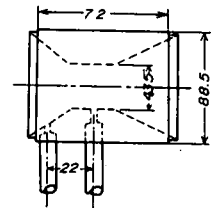


Fig. 7 ベンチュリー計断面図 Tested Flow Meter

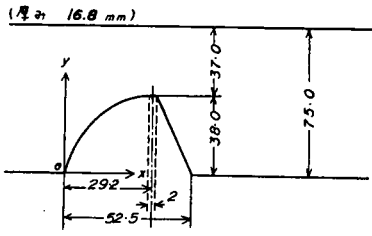


Fig. 8 ノズルの形状

The Tested Section and its Dimensions

表-3 ノズルの形

X (mm)	Y (mm)
0	0
5.84	20.4
11.65	29.2
17.5	33.5
23.3	36.9
29.2	38.0
35.0	38.0
40.8	24.8
46.7	13.1
52.5	0

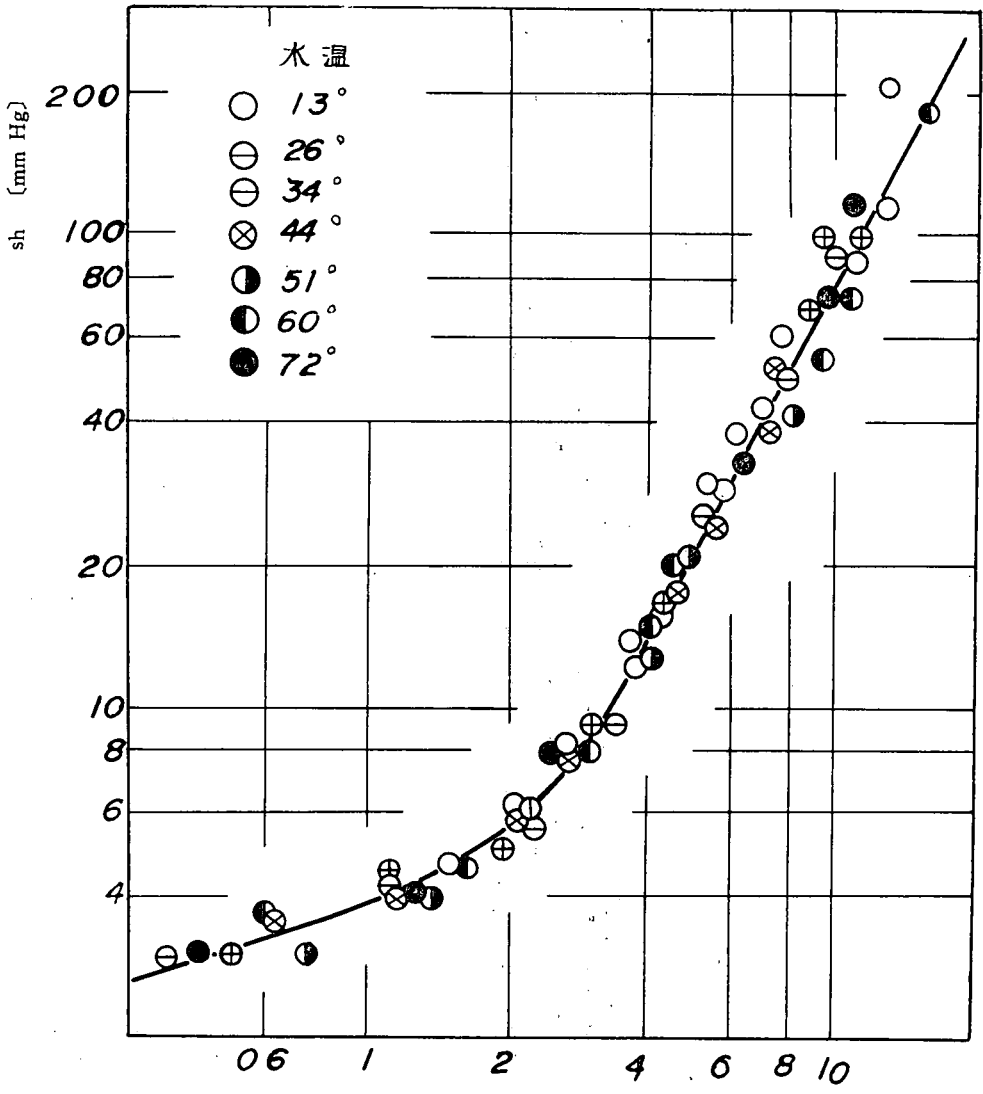


Fig. 9 ベンチュリー計の特性曲線

The Calibrating Curve of Flow Meter

測定には図7のような手製の絞りを吐出し回路に設け、予かじめ容器にくみこんだ時間と差圧の関係で校正した図9を用いて実験のときの流量を求めた。校正のとき、水温を図9のように変化させ

でも特性は変化しなかった。ただし図9は使用する便宜上供試部分の通路断面の平均流速に換算したものである。上の直線部分が乱流で、下の直線部分が層流域である。供試部分の曲がりには、半噴流が壁面に平行に吹きでるように図8、表3の形状とした。材料は、キャビテーションの発生を明確に観察できるように透明の亚克力板である。

運転時には、弁を調節し、同一ベルヌーイ式上で、吸込側の流速を変化させ、真空ポンプによって水槽④の圧力を変化させて、上流側押し込み圧(全圧)を変化せしめた。初生点は弁を序々に開いて、最初白い気泡が点在し初めた点をもって定めた。また弁を全開にするとスーパー・キャビテーションの状態となるが、それ迄の各段階を写真撮影によって白泡の拡がり角を求めた。

運転中、ポンプの軸封部に、他のポンプによって絶えず水をかけ軸から空気が入らないように努めなければ、水槽内タンク圧が吸込み空気によって上昇を続け、スーパー・キャビテーションを発生させることができない。このことは推力軽減のための羽根車中央部に設けたバランス・ホールからの空気の吸込みを許しており、結果的に、吐出し側でみかけ上式(2)のXを多くした特性となっていると考えられる。

5. 実験結果

以上の方法で測定された点をプロットして図10に示した。

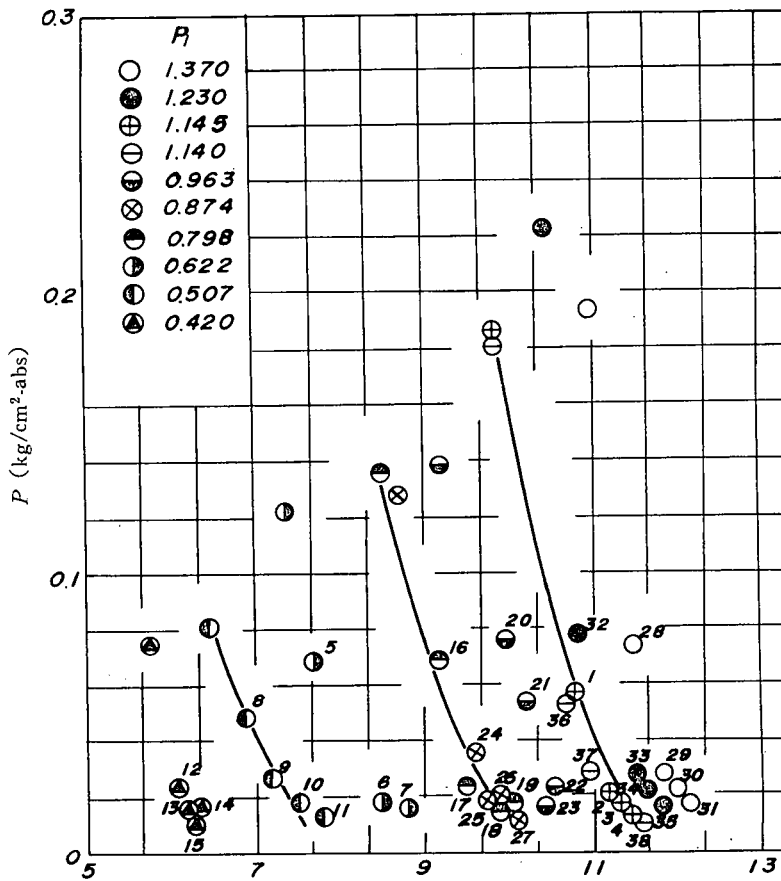


Fig. 10 測定値 Velocity on Lower Pressure Region

図10で添付されている数字は以下附録に示す写真ナンバ(または測定ナンバ)である。
 図10中の実線は誘導したエネルギー式(2)であって、含有空気の圧縮性のために、下の方で右へ偏っているようである。

図11は常温における初生点とみかけの音速の計算値を示したものである。必ずしも両者が一致しなければならないという根拠はないが、流速の低いところでは両者は前報同様⁽¹⁾近い値である。目測した初生点は白泡が点在している点であり、単一気泡が目測される点と、流れ全体のみかけ上の密度変化をまとめて考える場合の臨界点は、少なくとも同じオーダーで、実測キャビテーション領域付近で算出されることは、単に臨界流れとなりうる最悪条件を見積る意味だけでなく、キャビテーション現象の今後の解析に興味ある結果と思われる。

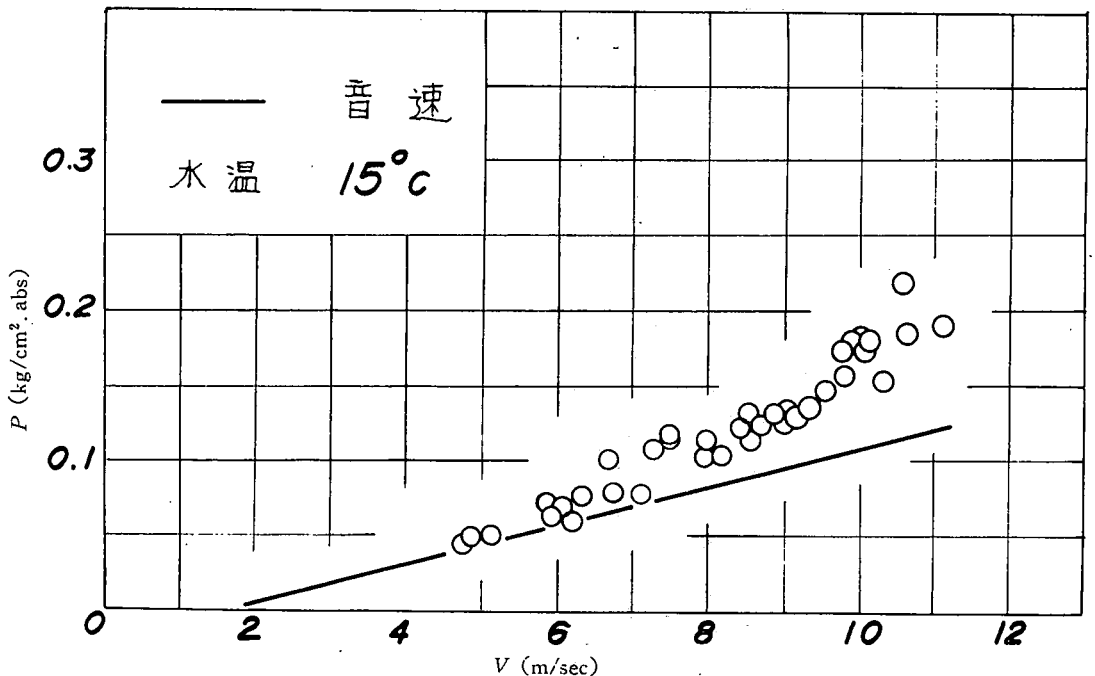


Fig. 11 初生点とみかけの音速式との比較
 The Incipient Point of Cavitation and the Apparent Local Sound Velocity

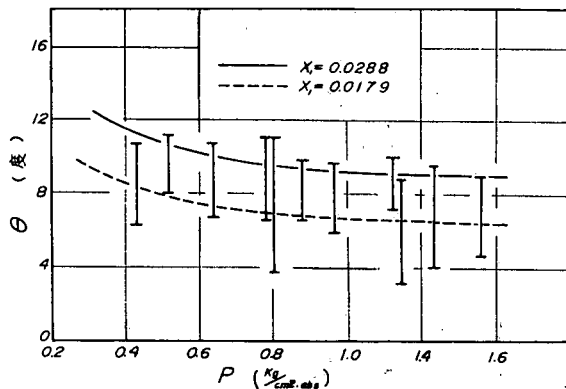


Fig. 12 スーパーキャビテーション状態の噴流角 θ_s
 Maximum Possible Turning Angle versus P

また算出音速式は初生点よりも圧力が低いところではあるが、(3)式の低圧部は飽和蒸気圧以上で流速が大きくなるような曲線ではないから、音速との交点以下でも略 $M=1$ とみてさしつかえない。

図12は各上流圧力 p_1 と、スーパ・キャビテーション（上記の理由より略 $M=1$ ）になったときの噴流角 θ_s の関係をプロットしたものである。写真が不明瞭であるので幅をもって示した。図から P_1 が下ると拡がり角 θ_s は多少大きくなっているのがみられる。図12の実線は初生点 ($M=1$) の拡がり角 θ_{smax} を計算によって求めたもので、 x_1 は水道水の空気含有量は0.025ぐらい⁽²⁾ ということから使用中の x_1 の変動を考慮して計算したものである。

6. 結 論

キャビテーション下の流れは、色々な面で音速付近の気体の流れと酷似している。すなわち

1. ベンチュリ・パイプ中のキャビテーションに対してラバル管内の流れと圧力分布、衝撃圧
2. 軸流ポンプ羽根車先端付近の翼まわりのキャビテーションと遷音速状態の翼まわりの衝撃波のパターン
3. キャビテーション下の発光現象に対して、気体の超音速旋回流れの発光現象
4. キャビテーション初生付近の騒音と遷音速付近の金属的な音
5. うず巻ポンプのキャビテーションによる特性曲線の低下に対する遠心式ブロウの吸気系負荷設定時の特性曲線の低下など。

本研究は、これらのことから、キャビテーションのある段階では、液体に含有する微量の気体がかかけの密度の低下をきたし、みかけ上圧縮性があらわれてくるものとして、気体力学の手法が、どこ迄泡状のキャビテーション現象を説明出来るかを検討するために行なった解析の一つである。膨脹波のまがり角については実測と近い値がえられた。このことからすぐに上の解析を必ずしも妥当とするものではないが、さらに他の流れすなわち、ベーンコントロールと同じようにうず巻ポンプの特性低下や、わずかに迎え角をもった円弧薄翼まわりの圧力分布などについて、同様な手法の適用を行なう足がかりを得たものと考え、今後これについて検討を重ねたい。

スーパ・キャビテーション状態になると、白い気泡群のパターンの領域外は非圧縮性の流れとなり、物体の極く近くは粘性の効いた境界層であるので、キャビテーション下の流れは、これら3者の結び合った問題ではなからうかと考える。

最後に、計算機使用にあたって一方ならぬ御指導を賜った 南信弘助教授に深甚の謝意を表します。また、この報告をまとめるに当って、作図の労を戴いた機械工学研究室員の森田南海男君に感謝するしだいで。

7. 文 献

1. 山 崎 高知大学学術研究報告, 第16巻, 自然科学II, 第10号, 昭和43年
2. 沼知, 椎名 機械学会論文集, 3-11, (昭25-5), P.177~181

8. 付 録

I) Casio AL-1000 型計算機のプログラムと操作手順 Euler 法
プログラム

W 83634. 3736. 8533. 42 * 47. R

Euler 法プログラム

A	V	E	◇
S	↑	V	◇
B	/	A	/Z
S	↑	D	/X
C	/	E	+
S	↑	E	⇒
D	/	A	-
S	↑	-	-
E	↑	E	+
A	/	C	V
R	↓	B	◇
D	/	E	◇
S	↑	V	◇
B	/	B	/V
C	*	D	↓
A	*	B	-
A	/	/	W
R	↓	B	◇
R	↓	E	◇
D	/	A	/
S	↓	D	/S
B	+	D	↓
E	⇒	+	↓
E	↓	D	↓
X	↓	A	/W
M	⇒	W	↓
B	↓	V	◇
-	↓	スタート	
/	V	2.12126	S
B	◇	0.128274	S
A	◇	0.01	S
E	◇	0	S
V	◇		
A	/V		
A	√		
C	/	-	
/	Z		
B	◇		
A	◇		

操作手順 : O. I * (y₀') * (y₁)
 * (y₁') * (y₂)
 :
 * (y_{n-1}') * (y_n)

記憶装置には次のごとく記憶させる。

I → M, II → Δx, III → A, IV → B

II) Runge-kutta 法, 計算機は上に同じ。

プログラム

W 3. 4283634. 37386. 37. * 56. 553. 6. 55553.
 6. 557. R

操作手順

N → R KC II AC * 0.05 * (k₁記入)
 * 0.05 * (k₂記入)
 * 0.1 * (k₃記入)
 * 0.1 * (k₄記入)
 ⊗ * k₁ * k₂ * k₃ * N KC II ÷ 6
 ⊗ KCI * I (y₁)

記憶装置には次のごとく記憶させる。

I → M, II → M, III → A, IV → B

表-4

No.	P_1 (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
1	1.145	0.0560	7
2	1.145	0.0200	8
3	1.145	0.0180	—
4	1.145	0.0150	8

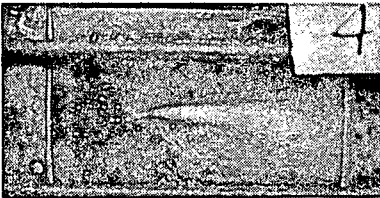
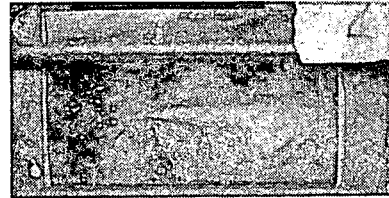
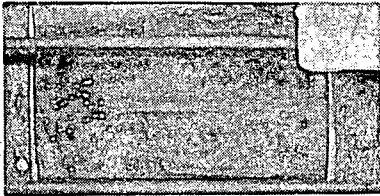


表-5

No.	P_1 (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
5	0.622	0.068	4
6	0.622	0.018	7
7	0.622	0.015	7.5

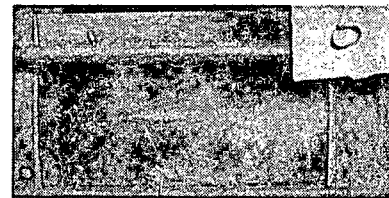


表-6

No.	P_t (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
8	0.507	0.049	1
9	0.507	0.026	9.5
10	0.507	0.0177	—
11	0.507	0.0164	11

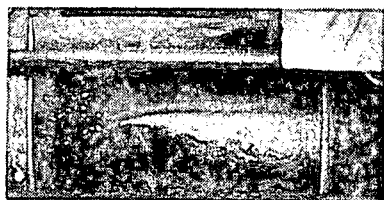


表-7

No.	P_t (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
12	0.420	0.0232	2
13	0.420	0.0163	10
14	0.420	0.0177	10
15	0.420	0.0163	9

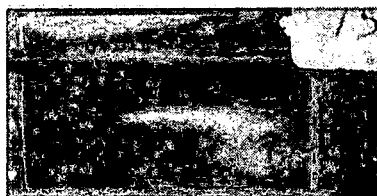
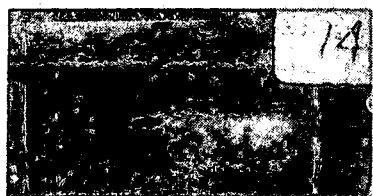
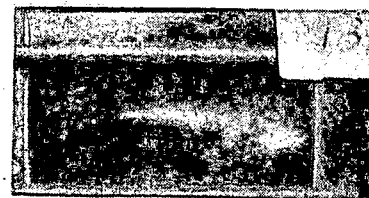
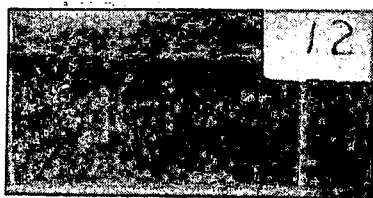


表-8

No.	P_1 (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
16	0.874	0.0680	3
17	0.874	0.0218	8.5
18	0.874	0.0177	8
19	0.874	0.0177	7

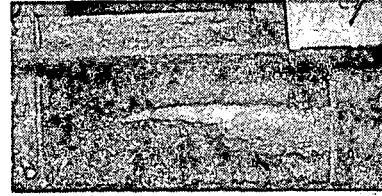
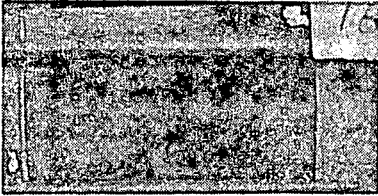


表-9

No.	P_1 (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
20	0.963	0.0762	4
21	0.963	0.0504	8
22	0.963	0.0204	7
23	0.963	0.0163	7

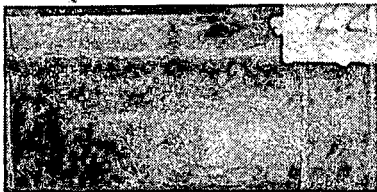
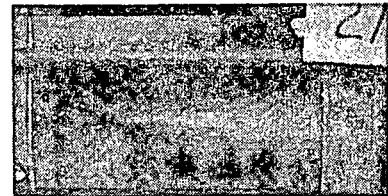


表-10

No.	P_1 (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
24	0.798	0.034	7
25	0.798	0.0191	7
26	0.798	0.0191	6.5
27	0.798	0.0177	6

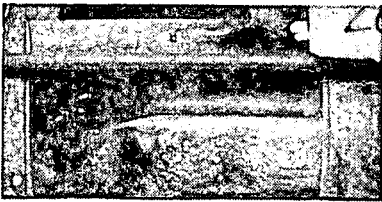


表-11

No.	P_1 (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
28	1.370	0.0720	4.5
29	1.370	0.0258	7.5
30	1.370	0.0204	8.5
31	1.370	0.0150	8



表-12

No.	P_t (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
32	1.230	0.0775	5
33	1.230	0.0258	7.5
34	1.230	0.0204	6
35	1.230	0.0191	6

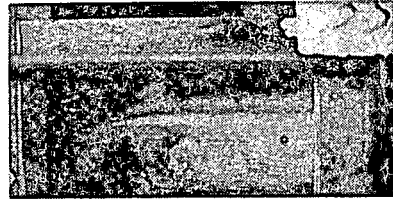
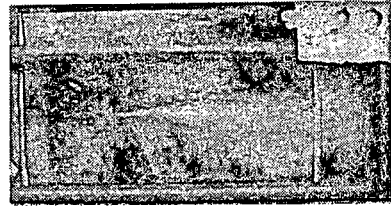
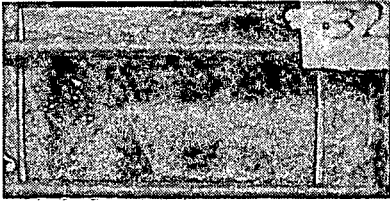
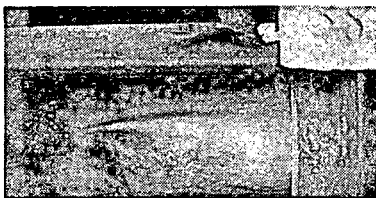
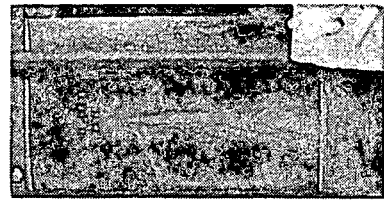
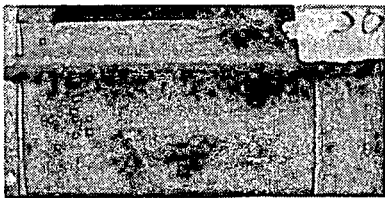


表-13

No.	P_t (kg/cm ²)	P (kg/cm ²)	θ (°)
36	1.140	0.0530	7
37	1.140	0.0286	6.5
38	1.140	0.0218	5.5



(昭和45年 9月30日受理)

