

水の超高圧流れ

第1報 エネルギー式に関する検討

山崎 堯右・古谷 信介*

(農学部機械工学研究室)

On the Liquid Compressible Flow under High Pressure

Report 1, Some Information of the Energy Equation

T. YAMASAKI and S. FURUYA

(Laboratory of Mechanical Engineering, Faculty of Agriculture)

A tendency to start developmental research about water jet with very high pressure, is increased rapidly. Although there are still unclear points of the fundamental fluid mechanics in the field. In this paper, we report the results of investigating the applicability of the energy equation to 10^4kg/cm^2 using a known value. we found that a Bernoulli's equation does not matter in practical application, however, the following equations to improve the accuracy is necessary.

1. 緒言

近年、海洋開発、ダイヤモンド合成、ムンロー効果のジェットによる窄岩機の開発等液体の超高圧、超高速現象が活発に利用され初めている。しかし測定技術の困難さも含めて、液体とりわけ水の超高圧容器からの噴出に関する流れの基礎式はあまりみない。ここでは、既に求められている等温圧縮率の数値と音速の値から、略 10^4kg/cm^2 迄の流れのエネルギー方程式を求めた。結果として、誘導した式が実測値と一番近い傾向を示している。簡便さからいって圧縮の影響も流量係数の中に入れて実用的には簡単なベルヌーイ式を用いた方が有利と思われる。しかし比率からいってその差はわずかであるが絶対値は大きな差があり、実際にはここで取扱ったような方法で精度を上げざるを得ないであろう。

2. 計算式

以下利用する記号をここで規定する。

α : 常数

β_r : 圧力 p でそのときの温度の等温圧縮率

β_0 : 大気圧下のそのときの温度の等温圧縮率

β_{10^4} : 10^4kg/cm^2 でそのときの温度の等温圧縮率 (図より外挿した値)。ただし状態図より低温では数千気圧で相変化をきたすが、他の添加物によりこれを防ぐことが行なわれており、近似的にこれを考える。

β_s : 圧力 p のときの断熱圧縮率

C_r : 仮想上の等温変化から計算した音速

C_s : 文献から得られた実測値としての音速

K : 水の体積弾性係数, 添字の s, r は β と同じ

* 協和農機株式会社勤務, 研究当時当研究室学生

- k : 水の比熱比
- ρ : 圧力 p でそのときの温度における比質量
- ρ^0 : 大気圧下の比質量
- n : β の値を 10^5 でわった値を示す
- p : 下流側の静圧
- P_0 : 上流側タンクの全圧
- C : 積分常数
- u : p の点の流速
- x : 流れの方向の距離

いま、水の等温圧縮率は図1のような値をとるものとする。この図は約 3000kg/cm^2 で、それ以上は与えられていないが以下の検討では、この図の傾向を外挿して考える。

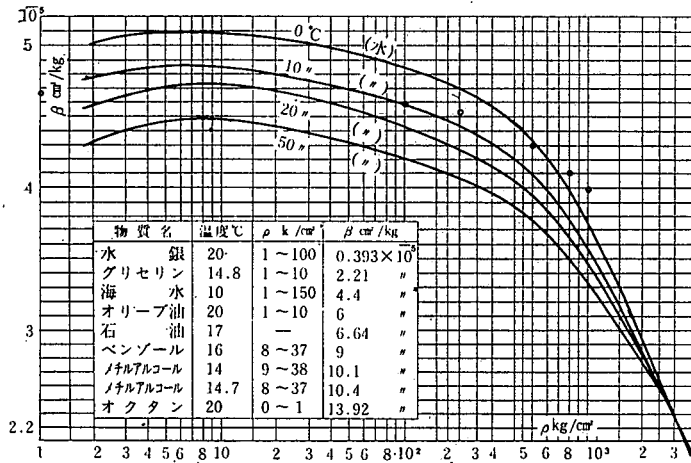


Fig. 1 The compressibility of water⁽³⁾

まず最初に体積弾性係数一定の場合のエネルギー方程式を誘導してみる。
定義より両辺を積分して

$$\rho = \rho_0 e^{\frac{p}{k}} \dots\dots\dots(1)$$

一次元の定常流れの運動方式にこれを代入すると

$$u dx = -\frac{1}{\rho_0} e^{-\frac{p}{k}} \cdot dp \left[-\frac{1}{\rho_0} e^{-\frac{p}{k}} \cdot dp \right] + C \dots\dots\dots(2)$$

これを流れの方向に積分して

$$\frac{u^2}{2} - \frac{k}{\rho_0} e^{-\frac{p}{k}} = C \dots\dots\dots(3)$$

をうる。ただし C は積分常数上流側タンク圧を P_0 、下流側の圧力を p とすると、その点の速度は

$$u = \sqrt{2 \frac{k}{\rho_0} \left\{ e^{-\frac{p}{k}} - e^{-\frac{P_0}{k}} \right\}} \quad \dots\dots\dots(4)$$

先細ノズルの噴出速度は、大気圧下で音速以下として、 $p=0$ として

$$u = \sqrt{2 \frac{k}{\rho_0} \left(1 - e^{-\frac{P_0}{k}} \right)} \quad \dots\dots\dots(5)$$

ただし臨界流速 $u = \sqrt{\frac{k}{\rho_0}}$

したがって、このような仮定による噴流速度 u は P_0 をいくら高く上げてても $\sqrt{2 \frac{k}{\rho_0}} = \sqrt{2} C_0$ よりは大きくできないことになる。すなわち、いま $k=21300 \text{ kg/cm}^2$ とすると上式より 20°C の水では最大略 2060 m/s となる。 $P_0=10^4 \text{ kg/cm}^2 \text{ g}$ のときの(4)式の $P \sim u$ の関係は図3の破線の関係となる。(4)式の e^x についてテイラー展開すると

$$u = \sqrt{2 \frac{k}{\rho_0} \left\{ \left[1 + \left(-\frac{p}{k} \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{p}{k} \right)^2 + \dots \right] - \left[1 + \left(-\frac{P_0}{k} \right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{P_0}{k} \right)^2 + \dots \right] \right\}} \quad \dots\dots\dots(6)$$

となり、 $p < k$ について2次以上を省略すると非圧縮性としてのベルヌーイ式に一致する。

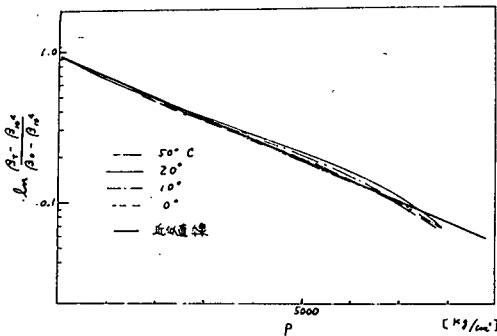


Fig. 2

次に、さらに近似を高めるために図1の値について、片対数グラフの横軸に p 、縦軸に $\ln\left(\frac{\beta_T - \beta_{10^4}}{\beta_0 - \beta_{10^4}}\right)$ をとると図2に示すように、温度 0°C 、 10°C 、 20°C 、 50°C 共略同一直線上にのることがわかったので、近似的に

$$\beta_T = \beta_{10^4} + (\beta_0 - \beta_{10^4}) e^{-\alpha p} \quad \dots\dots\dots(7)$$

ただし $\alpha = 0.33 \times 10^{-3} \text{ [cm}^2/\text{kg}]$

で表現される。

したがって、密度は

$$\begin{aligned} \rho &= \rho_0 e^{[\beta_{10^4} + (\beta_0 - \beta_{10^4}) e^{-\alpha p}] P} \\ &= \rho_0 e^{[\beta_{10^4} n \times 10^{-1} + (\beta_{0n} - \beta_{10^4} n) \times 10^{-1} e^{-\alpha p}] \left(\frac{P}{10^4}\right)} \quad \dots\dots\dots(8) \end{aligned}$$

ところで、 $0 < e^{-ap} \leq 1$ 故最大 $p=0$ のとき $e^{-ap}=1$ のときを考えると

$$[(\beta_{10^4 n} \times 10^{-1} + (\beta_{0n} - \beta_{10^4 n}) \times 10^{-1}) < 1$$

且つ、 $1 \leq p < 10^4$ の範囲では $(p/10^4) < 1$ だから(8)式の指数は1より小さい。さらに $\beta_{10^4 n}$ を基準にとると、略 $(\beta_{0n} - \beta_{10^4 n}) \times 10^{-1}$ は 0°C のとき最大で、 $p=10^4 \text{ kg/cm}^2$ のとき(7)式は最大だから、たかだか

$$\left[\frac{1}{\rho} \right]_{\text{max}} = \frac{1}{\rho_0} e^{-(\beta_{10^4 n} \times 10^{-1})} = \frac{1}{\rho_0} e^{-0.1} = \frac{1}{\rho_0} \left[1 - 0.1 + \frac{1}{2} \times 0.01 + \dots \right]$$

よりは小さい。

したがって、(8)式の逆数を2次迄テイラー展開して

$$\begin{aligned} \frac{1}{\rho} &= \frac{1}{\rho_0} \left\{ 1 - \left[\beta_{10^4 n} \times 10^{-1} + (\beta_{0n} - \beta_{10^4 n}) \times 10^{-1} \cdot e^{-ap} \right] \left(\frac{p}{10^4} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \left[\beta_{10^4 n} \times 10^{-1} + (\beta_{0n} - \beta_{10^4 n}) \times 10^{-1} \cdot e^{-ap} \right]^2 \left(\frac{p}{10^4} \right)^2 \right\} \dots\dots\dots(9) \end{aligned}$$

前の場合と同様に、一次元の定常流の運動方程式に(9)式を代入して、流線方向に積分すると

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} u^2 &= -\frac{1}{\rho} \left\{ p - \frac{\beta_{10^4 n} \times 10^{-1}}{2} \left(\frac{p^2}{10^4} \right) - \frac{(\beta_{0n} - \beta_{10^4 n}) \times 10^{-1}}{10^4} \left(-\frac{1}{\alpha} \right) \left(p e^{-ap} + \frac{e^{-ap}}{\alpha} \right) \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} \cdot \frac{(\beta_{10^4 n} \times 10^{-1})^2}{10^8} \cdot \frac{p^3}{3} + \frac{1}{2} \beta_{10^4 n} \times 10^{-1} \times \frac{(\beta_{0n} - \beta_{10^4 n}) \times 10^{-1}}{10^8} \left[-\frac{p^2}{\alpha} - \frac{2p}{\alpha^2} - \frac{2}{\alpha^3} \right] e^{-ap} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{2} (\beta_{0n} - \beta_{10^4 n})^2 \frac{1}{10^{10}} \left[-\frac{p^2}{2\alpha} - \frac{2p}{4\alpha^2} - \frac{2}{8\alpha^3} \right] e^{-2ap} \right\} + C \dots\dots\dots(10) \end{aligned}$$

いま、仮想上の等温音速を C_r とすると

$$C_r = \sqrt{\frac{1}{\beta \rho}}$$

として求まり。文献1より実測上の断熱音速 C_s は図3の破線故、断熱圧縮率 β_s は

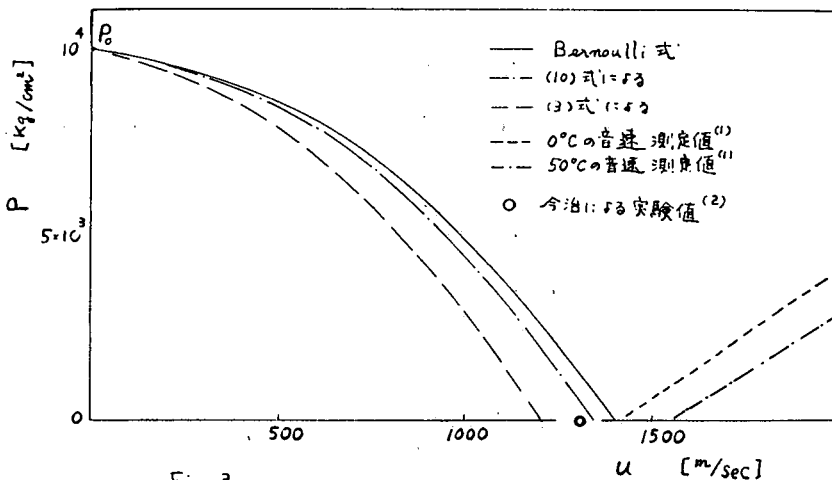


Fig. 3

$$\frac{\beta_T}{\beta_s} = k$$

だから

$$C_s^2 = C_T^2 k$$

すなわち

$$k = \left(\frac{C_s^2}{C_T^2} \right) \dots\dots\dots(11)$$

だから(11)式から計算された超高圧時の水の断熱指数は図4のような値になる。

3. 測定値との比較

従来、超高圧タンクからの噴流速度に関する報告例は数少なく、ここでは今治¹⁾によって得られた値を図中の○印で示して比較すると等温変化の場合、(10)式の C に 10^4 kg/cm^2 の全圧の条件を導入して $p \sim u$ を求めると図3中のように、ベルヌーイ式よりは下まわり、(3)式の場合よりははるかに大きい値を示すことがわかった。実測値はこの(10)式からの値と(3)式の間であるが、図4の k の

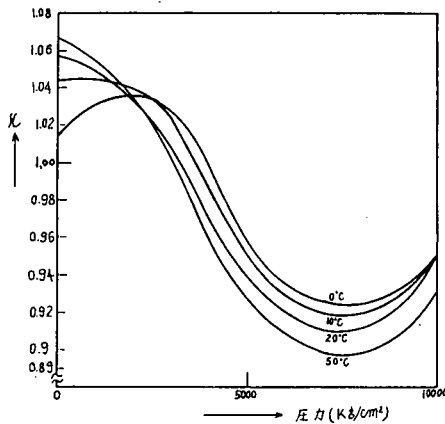


Fig. 4 Ratio of specific heats

値は圧力が高くなるにつれて1より小さくなっていることから $\beta_s > \beta_T$ だから断熱変化の場合はよりわずかに非圧縮性に近い値となることが推測できる。いずれにしても、等温変化と断熱変化の差は全体の曲線の形からいって比較的小さい。ベルヌーイ式からのかたよりは摩擦による損失分ではなくて、体積変化がきいていることがわかる。しかし、実用上低圧で普通取扱うと同様に、これを損失に入れて、簡単なベルヌーイ式で考えても大きな差異はない。また当然のことながら、ここで取扱う範囲では超音速状態、臨界現象には達しない。

4. 結 論

超高圧の分野で水の圧縮性はどうか流れに影響を与えるかについて、等温変化の場合を検討した。近似的に一万気圧ぐらい迄はエネルギー式は、定性的に従来の簡単なベルヌーイ式と同じ傾向を示すので、流量係数に包括して違いを取扱えばよい。しかし全温、動温の関係を検討するためにはこれ

らの結果からさらに計算式を誘導し、他の測定値との対比を重ねる必要がある。

5. 参 考 文 献

- (1) Edited by R. S. BRADLEY : High Pressure Physics and chemistry 1, Academic press, p. 210, Fig. 3.
- (2) 今中他 : 金属材料, 第9巻, 第9号, p. 69.
- (3) 板谷 : 水力学, 朝倉書店, 42年版, p. 19.

(昭和45年9月30日受理)