

修正型降雨強度式とその定数について

松田 誠祐*・上森 千秋**・近森 邦英**

(*農学部防災水工学研究室 **同利水工学研究室)

Normalized Rainfall Intensity Equation and Constants in it

Seisuke Matsuda* , Chiaki Agemori** and Kunihide Chikamori**

* Laboratory of Water Disaster Prevention Engineering; ** Laboratory of Water-Utilization Engineering Faculty of Agriculture

Abstract

This paper presents a new normalized rainfall intensity equation. It enhances the usefulness and accuracy by it being applied to the divided durations. Characteristics of constants which are included are examined and discussed based on the rainfall intensity datas at Shikoku district in japan. The range for being of the constant b of the new revising function is followingly expressd.

$$-\frac{c}{\log(\sqrt{T})} \leq b \leq \frac{c}{\log(\sqrt{T})} \quad \text{and} \quad -\frac{1-c}{\log(\sqrt{T})} \leq b \leq \frac{1-c}{\log(\sqrt{T})},$$

in which T is the upper limit time number and c is one of constants.

はじめに

降雨強度式、すなわちDD式は降雨の時間分布特性を表現し、空間分布特性を表わすDA式および洪水到達時間式とともに降雨一流出系における基礎式と考えられる。ところでDD式としてこれまで提案されてきたSherman式、Talbot式、久野式、3定数式などは、いずれも次元を持った式形で表現されている。また、式中の定数の定め方は、田中・角屋¹⁾の示した3定数一般式の場合を除き、近似的な最小2乗法による方法が一般的であった。

最近、松田・角屋²⁾は修正型3定数降雨強度式を提案し、これまでと違った定数の定め方を示したが、ここではSherman式の基準化と区間分割によってさらに実用性の高い修正関数を提案するとともに、定数の分布を調べ計画降雨作成のための定数の定め方を提案した。

Sherman式の基準化

一般に、物理現象を説明するための経験式は、「現象に関係する変量を基準化して無次元変数に対する経験式とする場合」と「有次元変数に対する経験式を組み立てる場合」の2通りが考えられる。前者が普通であると考えられるが後者も結構多い。ここで扱う降雨強度式もこれまでのものはいずれも後者の例であり、著者らは基準化して扱う方がよいと考えている。松田・角屋²⁾はこれまでに

提案された降雨強度式の式形を生かすため、時間 t を「単位時間 ΔT で標準化された無次元数」と考えるべきであったが、Sherman式についてはすこし違った取り扱いができる。

降雨強度式に限らず、次元を有するいくつかの変量間に成立する経験式を標準化する場合、元の式とそれに標準変量を代入した式との比で表現できれば好都合である。すなわち、Sherman式の標準化ではこれが可能であり、次のように示される。

$$i = \frac{a}{t^c} \dots \dots \dots \textcircled{1}$$

$$i_{t_1} = \frac{a}{t_1^c} \dots \dots \dots \textcircled{2}$$

$$\frac{i}{i_{t_1}} = \frac{1}{(t/t_1)^c} \dots \dots \dots \textcircled{3}$$

ここに、 i : 任意時間 t の降雨強度 (mm/h); i_{t_1} : 基準となる時間 t_1 の降雨強度 (mm/h); a, c : 定数。

(3)式で $t/t_1 \rightarrow t, i_{t_1} \rightarrow a$ の変数変換をすれば標準化されたSherman式が得られるが、もはや a を未知定数と考えるのは適当ではなく、(4)式のように未知定数は c のみの1個と考えるべきであろう。

$$i = \frac{i_1}{t^c} \dots \dots \dots \textcircled{4}$$

ここに、 i_1 : 単位時間の降雨強度, t : 無次元時間数。

区間分割による修正関数

(1)式で示されるSherman式の実データに対する適合性はあまりよくないが、これを改善する修正関数として(5)式が松田・角屋²⁾によって提案されている。

$$\Phi = \left(\frac{T}{t}\right)^b \cdot \log(t) \dots \dots \dots (5-1)$$

$$= (t)^b \cdot \log(T/t) \dots \dots \dots (5-2)$$

ここに、 Φ : 修正関数, t : 無次元時間数で $t_1 < t < T$; t_1, T : 修正関数の適用下上限時間数; b : 定数。

上式はまったく同じ性質を示し、いずれか都合のよい方を用いればよく、結局降雨強度式は次式で与えられる。

$$i = \frac{T^{b \cdot \log(t)} \cdot i_1}{t^{c + b \cdot \log(t)}} \dots \dots \dots (6-1)$$

$$= \frac{i_1}{t^{c - b \cdot \log(T/t)}} \dots \dots \dots (6-2)$$

(6)式の実データに対する適合性は、これまでに提案されている他のいずれの降雨強度式よりもすぐれているが、一つの欠点は指数項に時間数 t の対数を持っていることであろう。(6)式を洪水比流量曲線式に利用する場合などには大きな欠点となる。

そこで、(5)式の指数項の t に \sqrt{T} を代入してみよう。これは修正関数の適用範囲を2つに区間分割し、(5-1)式と(5-2)式をそれぞれ $t \geq \sqrt{T}$ および $t \leq \sqrt{T}$ の区間の修正関数として分離

することに相当する。すなわち、修正関数は次式で与えられる。

$$\Phi = \left(\frac{T}{t}\right)^{b \cdot \log(\sqrt{T})} \quad t \geq \sqrt{T} \dots (7-1)$$

$$= (t)^{b \cdot \log(\sqrt{T})} \quad t \leq \sqrt{T} \dots (7-2)$$

したがって、降雨強度式はそれぞれ次式で与えられる。

$$i = \frac{T^{b \cdot \log(\sqrt{T})} \cdot i_1}{t^{c+b \cdot \log(\sqrt{T})}} \quad t \geq \sqrt{T} \dots (8-1)$$

$$= \frac{i_1}{t^{c-b \cdot \log(\sqrt{T})}} \quad t \leq \sqrt{T} \dots (8-2)$$

(8)式は指数項に t を含まない修正型降雨強度式であり、区間分割という適用条件がつくことを許せば、応用範囲はきわめて広いと考えられる。

なお、(1)式の定数 a と c の間には(9)式の関係が成立し、(4)式の定数 c は(10)式、修正関数の定数 b は(11)式で与えられる。

$$a = R_T \cdot T^{c-1} \dots \dots \dots (9)$$

$$c = \frac{\log(R_1 \cdot T / R_T)}{\log(T)} \dots \dots \dots (10)$$

$$b = \frac{\log(R_t \cdot t^{c-1} / R_1)}{\log(t) \cdot \log(T/t)} \dots \dots \dots (11-1)$$

$$= \frac{\log(R_t \cdot t^{c-1} / R_1)}{\log(T/t) \cdot \log(\sqrt{T})} \quad t \geq \sqrt{T} \dots (11-2)$$

$$= \frac{\log(R_t \cdot t^{c-1} / R_1)}{\log(t) \cdot \log(\sqrt{T})} \quad t \leq \sqrt{T} \dots (11-3)$$

ここに、 R_1, R_t, R_T : それぞれ $t_1, t \neq \sqrt{T}, T$ 時間の雨量 ; $t_1 < t < T$ 。

ここで示した基準化の手法は特殊な例であり、Sherman 式以外の降雨強度式には適用できない。しかし、DA 式として著名な Horton 式も同様の基準化が可能であり、両式から基準化された DAD 式が誘導できる。³⁾

定数 b の範囲

(5)式で表される修正関数の定数 b の存在範囲は、t 時間の降雨強度を i、降雨量を R とすると、 $di/dt \leq 0$ および $dR/dt \geq 0$ の条件から次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{C}{\log(T)} \leq b \leq \frac{C}{\log(T)} \\ -\frac{1-C}{\log(T)} \leq b \leq \frac{1-C}{\log(T)} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (12)$$

また、(7)式で表される修正関数の定数 b の存在範囲も同様の条件式から次式となる。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{C}{\log(\sqrt{T})} \leq b \leq \frac{C}{\log(\sqrt{T})} \\ -\frac{1-C}{\log(\sqrt{T})} \leq b \leq \frac{1-C}{\log(\sqrt{T})} \end{aligned} \right\}$$

四国の豪雨資料を用いた定数の検討

四国の主な雨量観測点（気象官署⁴：高松，多度津，戸川，松山，宇和島，久万，大州，高知，足摺岬，宿毛，船戸，室戸岬，徳島，日和佐，穴吹，鬼籠野，木頭，剣山；高知県：本山，永瀬ダム⁵，吉野ダム⁶，杉田ダム⁷；四国電力：伊尾木川ダム⁸）の降雨資料から，24時間雨量が100~450mmのものを選び，各資料の1~24時間最大降雨強度を求めて基礎資料とした。したがって， $t_1 = 1$ ， $T = 24$ となる。

Fig. 1 は(5)式と(7)式で示される修正関数の1例を示したもので両者の特長が理解される。(7)式は，例えば1時間の降雨強度と2あるいは3時間の降雨強度が等しい場合もあることを認めている。計画降雨の作成などの場合，短時間降雨強度は安全側に見積られるはずである。

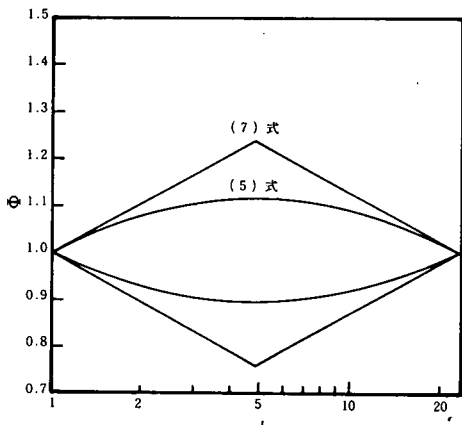


Fig. 1 (5)式と(7)式の修正関数の一例($b = \pm 0.1$)

Fig. 2 は1, 2, 4, 8, 16, 24時間降雨強度データを用い，24時間降雨量 R_{24} をパラメータとして近似的最小2乗法により求めた(1)式の定数 a と c の関係を片対数紙にプロットした結果であり，実線は(9)式を表す。いずれの場合にも定数 a と c の値は実線より上に分布するものが多いが，(9)式の関係をよく表現している。DD分布は両対数紙上で上に凸の分布を示し，定数 a が i より大きくなる場合が多いことを示している。計画降雨の作成あるいは洪水比流量曲線の地域係数などは，単位時間降雨強度の効果が大きいので，定数 a を近似的最小2乗法によって求めると過大に推定されることが予想される。Sherman式は(4)式のように表現すべきであり，定数 c は計画に用いるべき R_1 と R_{24} を(10)式に代入して求めるべきであろう。

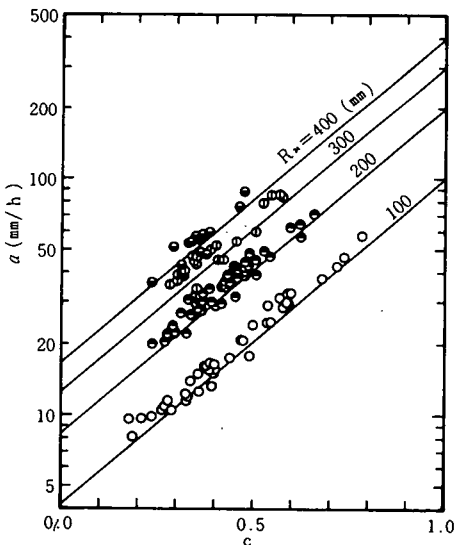


Fig. 2-1 Sherman式の定数 a と c の関係

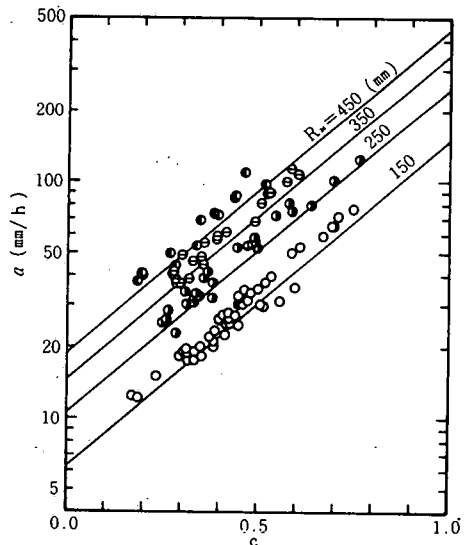


Fig. 2-2 Sherman式の定数 a と c の関係

Fig. 3 と Fig. 4 は、(12)式と(13)式で示される定数 b の存在範囲を R_{24} をパラメータにして R_1 に対して求めた結果である。計画降雨を作成する場合など、実用的には定数 b の上限分布をどの程度に見積ればよいか重要であろう。(12)式ではやや小さく、(13)式ではやや過大になることが予想される。

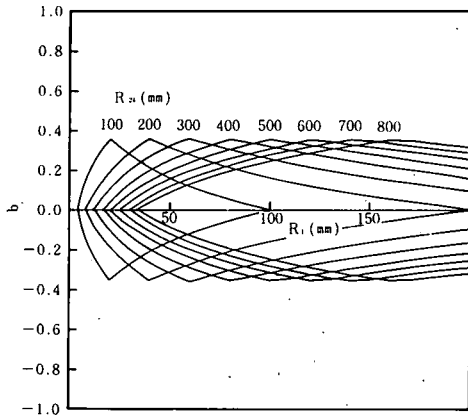


Fig. 3 (12) 式の修正関数の定数 b の存在範囲

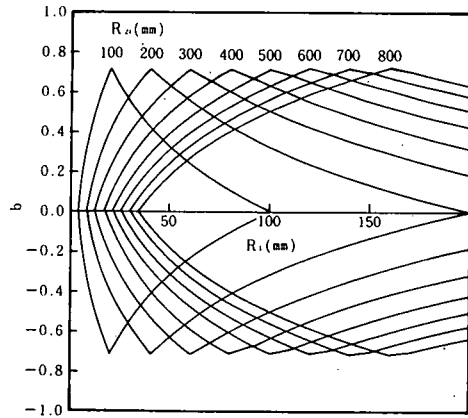


Fig. 4 (13) 式の修正関数の定数 b の存在範囲

Fig. 5 は、 $R_{24} = 100 \sim 450$ mm の降雨に対する定数 b の値を(10)式から $t = 5$ ($\approx \sqrt{24}$) として求めた結果を示したものである。四国の降雨資料のみでは十分な資料数が得られず、 R_1 の分布範囲が限られているが、定数 b の上限分布は、大体(12)式と(13)式の平均値の程度であると考えられ、その計算値を表-1 に示す。

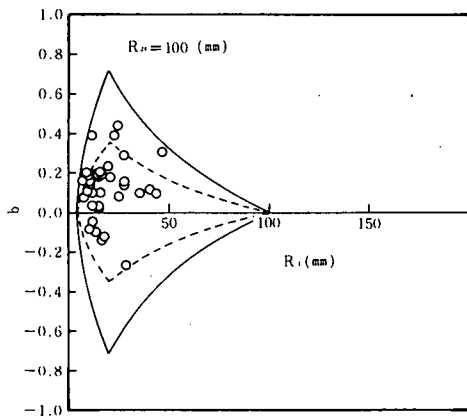


Fig. 5-1 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

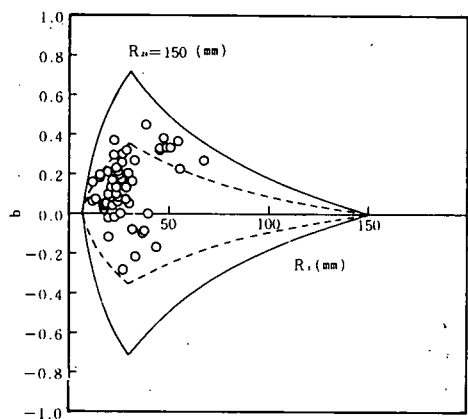


Fig. 5-2 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

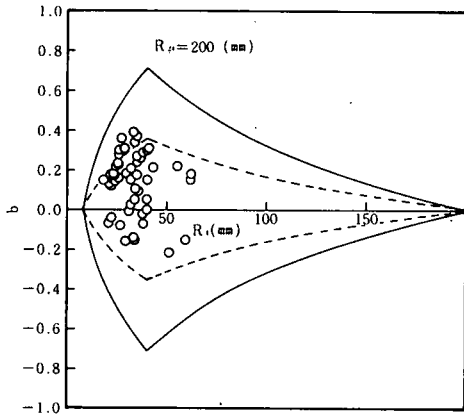


Fig. 5-3 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

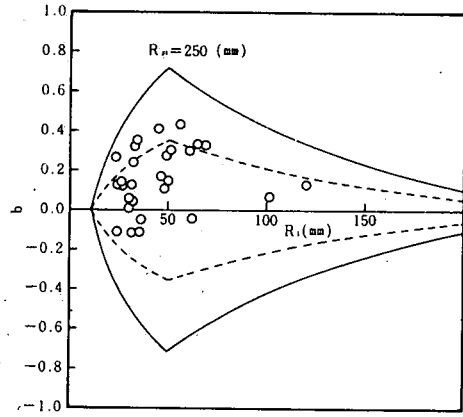


Fig. 5-4 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

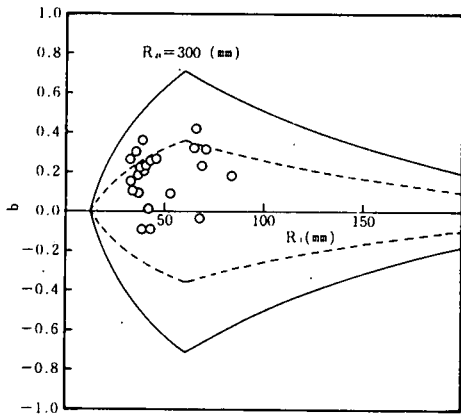


Fig. 5-5 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

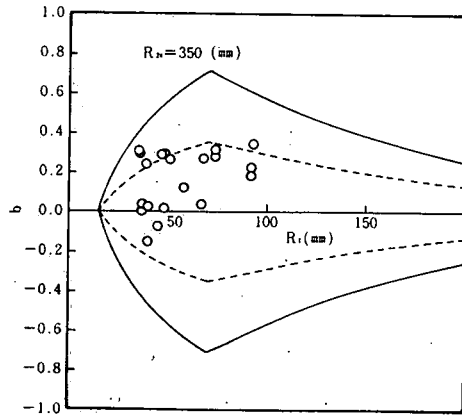


Fig. 5-6 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

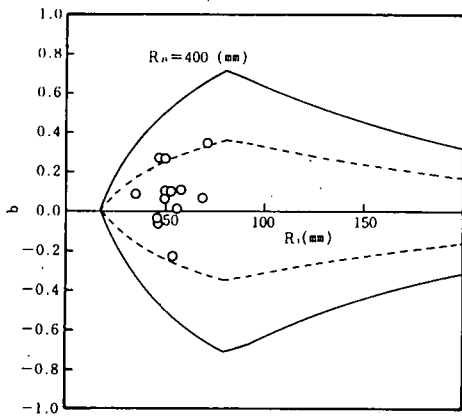


Fig. 5-7 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

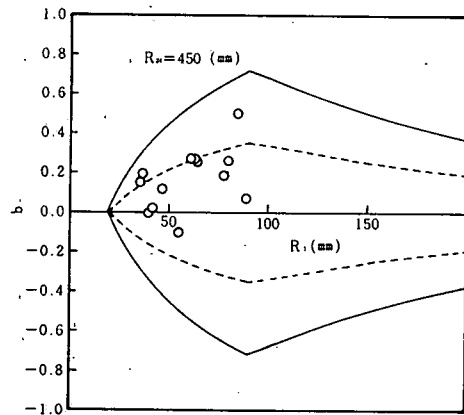


Fig. 5-8 四国の雨量データからみた定数 b の分布 (R_1, R_5, R_{24} から計算)

表-1 定数bの上限 ($\times 10^{-3}$)

R_{24} (mm) R_1	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	110	120	130	140	150	160	170	180	190	200
100	299	536	412	313	237	175	122	76	36	0										
150	161	398	536	452	376	313	261	215	175	139	106	76	49	24	0					
200	62	299	438	536	474	412	359	313	273	237	204	175	147	122	98	76	56	36	18	0
250		223	362	460	536	488	435	390	349	313	281	251	224	198	175	153	132	112	94	76
300		161	299	398	474	536	498	452	412	376	343	313	286	261	237	215	194	175	156	139
350		108	247	345	421	484	536	505	464	428	396	366	339	313	290	268	247	227	209	191
400		62	201	299	376	438	491	536	510	474	441	412	384	359	335	313	293	273	255	237
450		22	161	259	335	398	450	496	536	514	482	452	425	399	376	354	333	313	295	277
500			125	223	299	362	414	460	500	536	518	488	461	435	412	390	369	349	331	313
550			92	190	267	329	382	428	468	504	536	521	493	468	444	422	402	382	363	346
600			62	161	237	299	352	398	438	474	507	536	523	498	474	452	431	412	393	376
650			35	133	210	272	325	370	411	447	479	509	536	525	501	479	459	439	421	403
700			10	108	184	247	299	345	385	421	454	484	511	536	527	505	484	464	446	428
750				84	161	223	276	321	362	398	430	460	487	513	536	528	508	488	470	452
800				62	139	201	254	299	340	376	408	438	465	491	514	536	530	510	492	474
850				42	118	180	233	279	319	355	388	417	445	470	494	516	536	531	512	495
900				22	98	161	213	259	299	335	368	398	425	450	474	496	517	536	532	514
950				4	80	142	195	241	281	317	350	379	407	432	456	478	498	518	536	533
1000					62	125	177	223	263	299	332	362	389	414	438	460	481	500	519	536

む す び

本研究では、これまで有次元の経験式と考えられていたSherman式を基準化し、2定数式と考えられていたこの式が実は1定数式と考えるべきであることを示した。ここで示した基準化の方法は、DA式のHorton式の基準化にも有効であり、両式から基準化されたDAD式が誘導できる。区間分割による修正関数式は洪水比流量曲線式へ利用することを念頭において考えたものであるが、この式の応用範囲も広いと考えられる。また、計画降雨作成のための修正型降雨強度式の定数の定め方についていくつかの提案を示したが、確率的な取り扱いをする場合には R_1 と R_{24} の確率値を同時に求める必要がある。台風常襲地である高知県では R_{24} の観測最大値に含まれる R_1 が、 R_1 の観測最大値となっているが、香川県などではかならずしもそうではなく、地域によって若干の違いが予想される。

本研究に対して京都大学防災研究所の角屋睦教授から貴重な助言をいただいた。深謝の意を表す。また、貴重な資料を提供していただいた四国の各地方気象台、高知県および四国電力に心からお礼申し上げる。本研究の一部は、昭和56・57年度科学研究費（一般研究B：代表者上森千秋）の補助を受けたことを付記する。

引 用 文 献

- 1) 田中礼次郎・角屋睦：降雨強度式に関する研究，農士論集 83号抜刷（1979）
- 2) 松田誠祐・角屋睦：長時間降雨強度曲線の一表現法，農士論集 104号（1983）
- 3) 松田誠祐・角屋睦：無次元化DAD式とその定数について，昭和58年度農士大会講演要旨（1983）
- 4) 高松地方気象台：四国雨量月報（～1979）および高松，松山，高知，徳島地方気象台：雨量日報（～1979）
- 5) 高知県：永瀬ダム管理日誌（～1979）
- 6) “：吉野ダム管理日誌（～1979）
- 7) “：杉田ダム管理日誌（～1979）
- 8) 四国電力：伊尾木川ダム管理日誌（～1979）

（昭和58年5月16日受理）

（昭和58年11月30日発行）