

# 透水性地盤及び止水壁の深さが取水ダム底面に作用する揚圧力に及ぼす影響について

中 崎 昭 人・篠 和 夫  
(農学部構築工学研究室)

## On the Influence of the Thickness of Permeable Layer and the Depth of Sheetpiles for Uplift Pressure Acting on the Base of a Dam

Akito NAKAZAKI and Kazuo SHINO  
*Laboratory of Construction Engineering, Faculty of Agriculture*

Abstract: In this paper, the influence of the thickness of permeable layer and the depth of sheetpiles for uplift pressure acting on the base of a dam. Uplift pressure is calculated using the variables  $d$ ,  $e$  and  $l$ , in which  $d$  is a depth of sheetpiles,  $e$  is thickness of permeable layer and  $l$  is width of dam. Parameters used are  $e/l$ ,  $d/e$  and  $d/l$ .

Results obtained are as follows: In the case which  $d/e=0.0$ , it can be considered that there is no effect of parameter,  $e/l$ , for uplift pressure distribution in over  $e/l=3.0$ . In the case which  $e/l$  is over 1.0 and  $d/l$  is about 0.5, total uplift pressure decreases by approximately 60% to that of the case of no sheetpiles. There is no effect of  $e/l$  for total uplift pressure in over  $e/l=3.0$ .

### I. まえがき

透水性地盤上に取水ダムを設ける場合、上・下流の水位差によって起こる浸透流やパイピング現象の抑制のために取水ダム下に止水壁を設置することが行われている。この止水壁は、また、取水ダム底面に作用する揚圧力に影響を与え、取水ダムの安定に大きく寄与していることはよく知られていることである<sup>1)</sup>。一般に、取水ダム上流端に止水壁を設け、その深さが深い程、揚圧力の軽減に対し効果的である。しかしながら、透水性地盤の深さと関連しての効果については十分系統的に説明されていないように思われる。

ここでは、上・下流方向に無限で、下方有限な透水性地盤上に築造された取水ダム底面上流端に鉛直な止水壁を設置したとき、透水性地盤及び止水壁の深さが取水ダム底面に作用する揚圧力にどのような影響を及ぼすかを明らかにするために、等角写像法による理論解析を行い、その解を計算することによって、取水ダム底面幅に対する透水性地盤の深さや止水壁の深さによる揚圧力を求め比較検討することにした。

### II. 理論解析

M. Muskat<sup>2)</sup>によれば、Fig. 1における $z$ -平面と $\zeta$ -平面との関係は、

$$z = \frac{C_1}{2\sqrt{m^2-1}} \log \frac{\sqrt{m^2-1} - \sqrt{\zeta^2-1}}{\sqrt{m^2-1} + \sqrt{\zeta^2-1}} + C_2 \dots \dots \dots (1)$$

と表わされる. ここに,

$$C_1 = \frac{2e}{\pi} \cot\left(\frac{\pi d}{2e}\right)$$

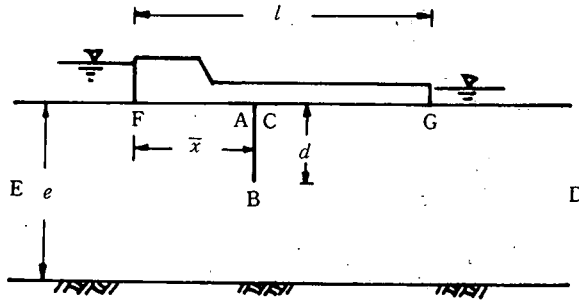
$$C_2 = 0$$

$$m = \operatorname{cosec} \frac{\pi d}{2e}$$

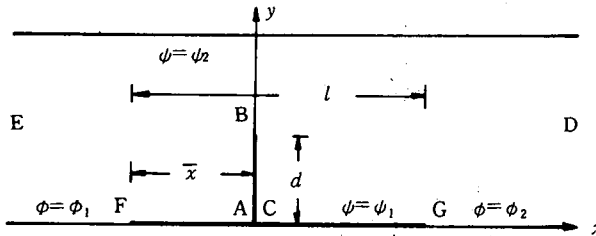
$$a^2 = 1 + \cot^2\left(\frac{\pi d}{2e}\right) \cdot \tanh^2 \frac{\pi \bar{x}}{2e}$$

$$b^2 = 1 + \cot^2\left(\frac{\pi d}{2e}\right) \cdot \tanh^2 \frac{\pi l}{2e} \left(1 - \frac{\bar{x}}{l}\right)$$

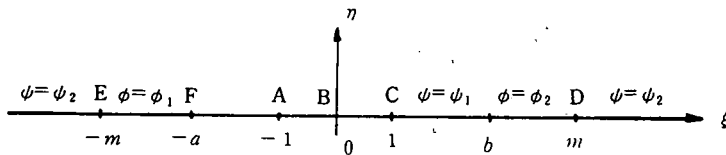
また, (1) 式中の  $\sqrt{\zeta^2 - 1}$  の符号は  $\zeta < -1$  のときは-,  $\zeta > 1$  のときは+,  $-1 \leq \zeta \leq 1$  のときは+i とするとされている.



(a) 実平面



(b)  $z$ -平面



(c)  $\zeta$ -平面

Fig. 1. 実平面,  $z$ -平面,  $\zeta$ -平面.

ここで, Fig. 2 のように止水壁が取水ダム底面上流端にある場合を考えると,  $\bar{x} = 0$  であるから,

$$a = 1$$

$$b^2 = 1 + \cot^2 \left( \frac{\pi d}{2e} \right) \tanh \frac{\pi l}{2e}$$

となる.

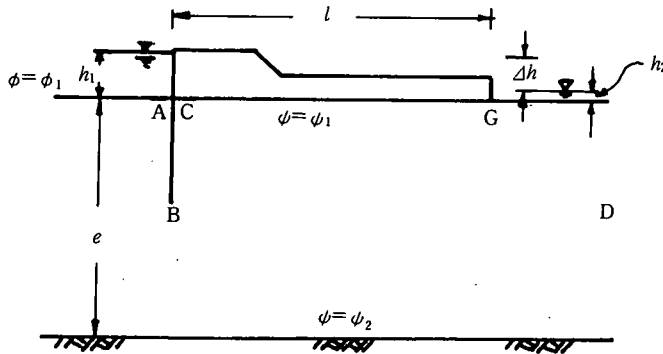


Fig. 2. 実平面.

また,  $\sqrt{\zeta^2 - 1}$  の符号については, これを  $\sqrt{\zeta - 1} \cdot \sqrt{\zeta + 1}$  と表わして,  $\sqrt{\zeta - 1}$  と  $\sqrt{\zeta + 1}$  の積と考えれば, 先の Muskat が示した条件は満足される. 従って, (1) 式は,

$$z = - \frac{e \cot \left( \frac{\pi d}{2e} \right)}{\pi \sqrt{m^2 - 1}} \log \frac{\sqrt{m^2 - 1} - \sqrt{\zeta - 1} \sqrt{\zeta + 1}}{\sqrt{m^2 - 1} + \sqrt{\zeta - 1} \sqrt{\zeta + 1}} \dots \dots \dots (2)$$

となる.

ここで,  $\zeta = \xi + i\eta$  であるから,

$$r_1 \equiv \{ (\xi - 1)^2 + \eta^2 \}^{\frac{1}{4}} \cos \left( \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi - 1} \right)$$

$$s_1 \equiv \{ (\xi - 1)^2 + \eta^2 \}^{\frac{1}{4}} \sin \left( \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi - 1} \right)$$

$$r_2 \equiv \{ (\xi + 1)^2 + \eta^2 \}^{\frac{1}{4}} \cos \left( \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi + 1} \right)$$

$$s_2 \equiv \{ (\xi + 1)^2 + \eta^2 \}^{\frac{1}{4}} \sin \left( \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi + 1} \right)$$

とおき, さらに,

$$r_3 \equiv r_1 r_2 - s_1 s_2$$

$$s_3 \equiv r_1 s_2 + r_2 s_1$$

とおくと,

$$\sqrt{\zeta - 1} \sqrt{\zeta + 1} = r_3 + i s_3$$

となり, また,

$$\sqrt{m^2 - 1} = \cot \left( \frac{\pi d}{2e} \right) \equiv \alpha$$

とし,

$$r_4 \equiv \frac{\alpha^2 - r_3^2 - s_3^2}{(\alpha + r_3)^2 + s_3^2}$$

$$s_4 \equiv \frac{2\alpha s_3}{(\alpha + r_3)^2 + s_3^2}$$

とすると

$$\log \frac{\sqrt{m^2 - 1} - \sqrt{\zeta - 1} \sqrt{\zeta + 1}}{\sqrt{m^2 - 1} + \sqrt{\zeta - 1} \sqrt{\zeta + 1}} = \frac{1}{2} \ln (r_4^2 + s_4^2) + i \tan^{-1} \frac{-s_4}{r_4}$$

となる.

従って, (2) 式は,

$$z = -\frac{e}{\pi} \left\{ \frac{1}{2} \ln (r_4^2 + s_4^2) + i \tan^{-1} \frac{-s_4}{r_4} \right\}$$

となり, これから

$$x = -\frac{e}{2\pi} \ln (r_4^2 + s_4^2) \quad \dots \dots \dots (3)$$

$$y = -\frac{e}{\pi} \tan^{-1} \frac{-s_4}{r_4}$$

を得る.

つぎに,  $\zeta$ -平面の E, A, G, D 点を Fig. 3 の  $t$ -平面の E, A, G, D 点に対応させるために必要な  $k$  の値を求めると,

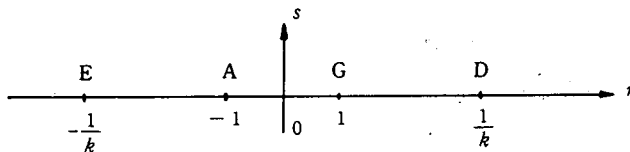


Fig. 3.  $t$ -平面.

$$k = \frac{m^2 + b - \sqrt{(m^2 - b^2)(m^2 - 1)}}{m(b + 1)}$$

となる。

また、Fig. 2 の実平面に対応する W-平面は Fig. 4 のようになる。

このとき、W-平面と t-平面との関係は Schwarz-Christoffel の変換により

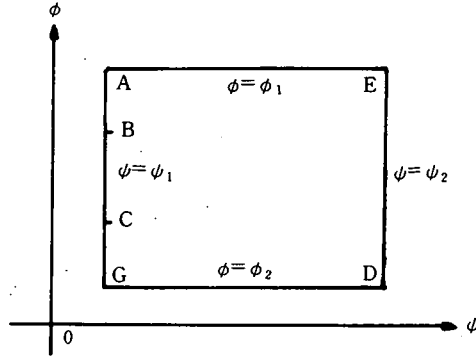


Fig. 4. W-平面.

$$dW = \frac{C_3 k dt}{\sqrt{(1-t^2)(1-k^2 t^2)}} \dots \dots \dots (4)$$

となる。

ここで

$$t = \operatorname{sn} w \dots \dots \dots (5)$$

とおくと、t-平面に対応する w-平面は Fig. 5 のようになる。

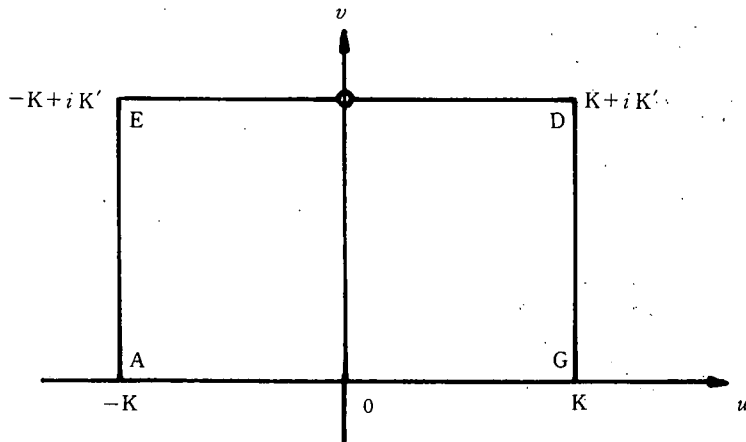


Fig. 5. w-平面.

(4) 式に (5) 式を代入して積分すると、

$$W = C_3 kw + C_4$$

となり、これに E, A, G, D 点の境界条件を適用して  $C_3, C_4$  などを求め、また  $\psi_1$  は止水壁及び取水ダム底面に沿う流関数値であるから 0 として整理すると、

$$\left. \begin{aligned} \phi &= \frac{1}{2} \left( \phi_1 + \phi_2 - \Delta\phi \frac{u}{K} \right) \\ \psi &= \Delta\phi \frac{v}{2K} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

となる。ここに  $\Delta\phi = \phi_1 - \phi_2$  である。なお、取水ダム下の浸透流量は、

$$\psi_2 = \Delta\phi \frac{K'}{2K}$$

とし与えられる。

一方、 $\zeta$ -平面と  $t$ -平面との関係は、 $t=r+is$  であるから

$$r_5 \equiv -\{(k+mF)r + (mF-1)\}$$

$$s_5 \equiv -(k+mF)s$$

$$r_6 \equiv (k-F)r - (1+F)$$

$$s_6 \equiv (k-F)s$$

ここに、

$$F \equiv \frac{b+1}{m-b} \cdot \frac{1-k}{2}$$

とおくと、

$$\left. \begin{aligned} \xi &\equiv \frac{r_5 r_6 + s_5 s_6}{r_6^2 + s_6^2} \\ \eta &\equiv \frac{r_6 s_5 - r_5 s_6}{r_6^2 + s_6^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

となる。また、(5) 式より

$$\left. \begin{aligned} r &= \frac{\operatorname{sn} u \operatorname{dn} v}{\overline{\operatorname{cn}^2 v} + k^2 \operatorname{sn}^2 u \overline{\operatorname{sn}^2 v}} \\ s &= \frac{\operatorname{cn} u \operatorname{dn} u \overline{\operatorname{sn} v} \overline{\operatorname{cn} v}}{\overline{\operatorname{cn}^2 v} + k^2 \operatorname{sn}^2 u \overline{\operatorname{sn}^2 v}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

である。

即ち、 $w$ -平面上の  $(u, v)$  を与えると、(6) 式によって  $\phi, \psi$  が定まり、その  $u, v$  に

よって、(8)式から  $r, s$  が、この  $r, s$  によって (7)式で、 $\xi, \eta$  が定まり、さらに (3)式によって  $x, y$  が定まることになり、 $z$ -平面上における  $\phi, \psi$  の分布が求められる。ここでは取水ダム底面に作用する揚圧力を問題にしているわけであるから、Fig. 5 の  $w$ -平面の  $u$  軸上で、A-G 間にある C と G との間について考えればよいことになる。従って、いまの場合  $v=0$  であるから、

$$r = snu, \quad s = 0$$

故に、

$$r_5 = -\{(k + mF)snu + (mF - 1)\}$$

$$r_6 = (k - F)snu - (1 + F)$$

$$s_5 = s_6 = 0$$

となる。即ち、 $u$  軸上では (7)式により

$$\xi = \frac{r_5}{r_6}, \quad \eta = 0$$

である。そして、C 点では  $\xi = 1, \eta = 0$  であるから、上の関係により、 $r_5 = r_6$  でなければならぬ。従って  $r_5 = r_6$  を整理した

$$snu_c = \frac{2 + (1 - m)F}{2k - (1 - m)F}$$

を満足する  $u_c$  を求めれば、これが  $u$  軸上の C 点の値を表わすことになる。

$u$  軸上、 $u_c$  と K の間の任意の  $u$  の値に対しては、上述のように

$$\xi = \frac{r_5}{r_6}, \quad \eta = 0$$

であり、またこの場合、 $1 < \xi < b$  であるから

$$\tan^{-1} \frac{\eta}{\xi - 1}, \quad \tan^{-1} \frac{\eta}{\xi + 1}$$

はいずれも 0 になる。

従って、

$$r_1 = \sqrt{\xi - 1}, \quad s_1 = 0$$

$$r_2 = \sqrt{\xi + 1}, \quad s_2 = 0$$

であるから、

$$r_3 = \sqrt{\xi^2 - 1}, \quad s_3 = 0$$

となり、さらに

$$r_4 = \frac{a^2 - (\xi^2 - 1)}{(\alpha + \sqrt{\xi^2 - 1})^2}, \quad s_4 = 0$$

となる。これを(3)式に代入すると  $u$  に対応する  $x$  が求められる。

従って、取水ダム底面における任意点の  $x$  を満足する  $u$  を定めることができ、この  $u$  から(6)式によって、その点の  $\phi$  が求められる。なお、ここでは  $\phi$  を揚圧力水頭  $h$  に書き改めて、

$$h = \frac{1}{2} \left( h_1 + h_2 - \Delta h \frac{u}{K} \right)$$

ここに、 $\Delta h \equiv h_1 - h_2$

を求めれば揚圧力分布が決まることになる。

### Ⅲ. 計算結果とその考察

上・下流方向に無限で、下方有限な透水性地盤上に築造された取水ダムの底面幅を  $l$ 、透水性地盤の深さを  $e$ 、止水壁の深さを  $d$  とするとき、 $e/l$  を 0.5, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, 及び 3.0 の 6 通りとし、各  $e/l$  について、 $d/e$  を 0.00 から 0.05 間隔に 0.95 までの 20 通りと、0.96 から 0.01 間隔に 0.99 までの 4 通りの計 24 通りにとり、各組合せの総計 144 通りについて計算を行った。

なお、各場合とも取水ダム底面の 20 等分点と両端を含む 21 点についての揚圧力を求めた。また、全揚圧力は各等分点の揚圧力から Simpson の法則を用いて求めた。

#### 1. 揚圧力分布について

取水ダム底面幅に対する上流端からの相対的な距離を  $x/l$  とし、 $e/l$  が 1.0, 2.0 及び 3.0 の場合について  $d/e$  が 0.0, 0.2, 0.4, 0.6 及び 0.8 のときの揚圧力の分布状況を図に示すと Fig. 6-1~3 のようになる。

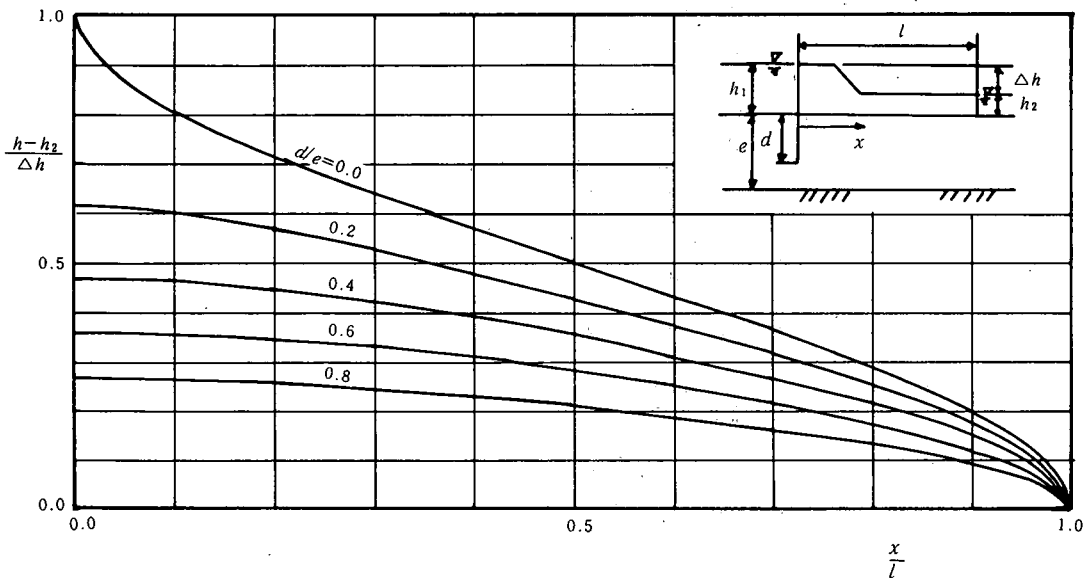


Fig. 6-1.  $e/l=1.0$ のときの  $d/e$  による揚圧力分布。



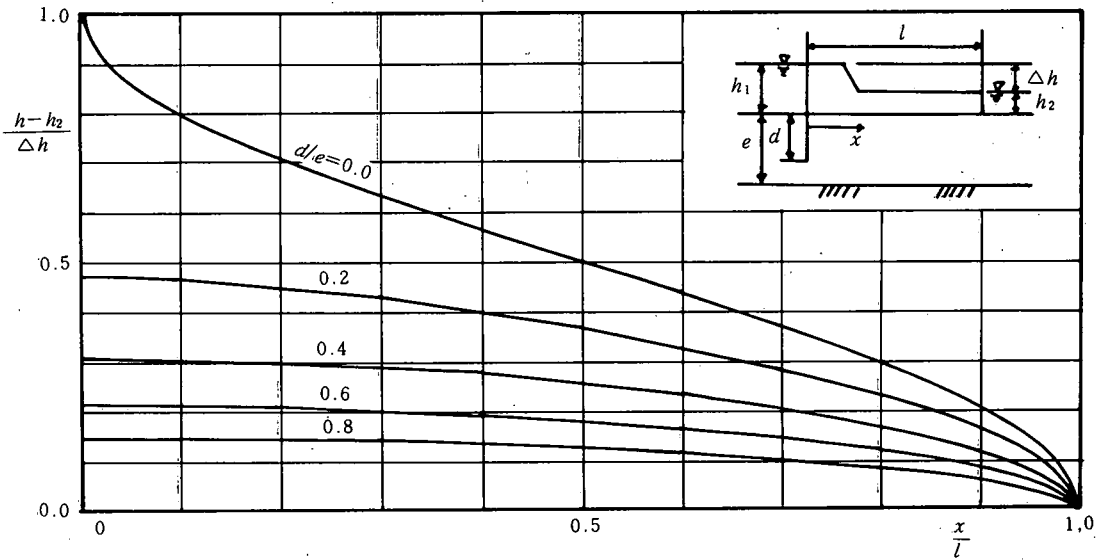


Fig. 6-2.  $e/l=2.0$  のときの  $d/e$  による揚圧力分布.

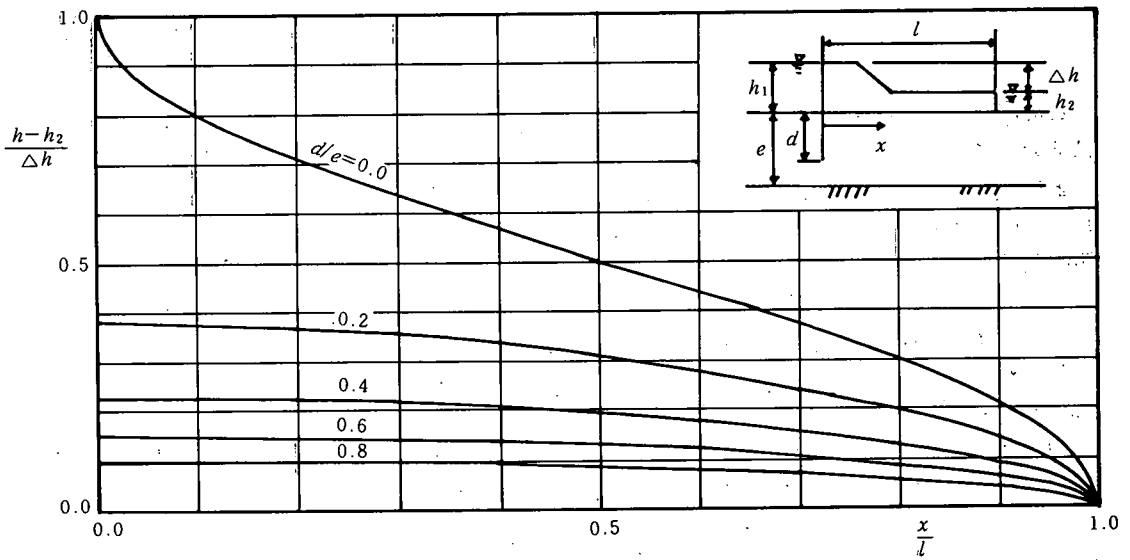


Fig. 6-3.  $e/l=3.0$  のときの  $d/e$  による揚圧力分布.

これらの図において、 $d/e$  が同じ値の場合の揚圧力分布をみると、 $e/l$  が大きくなるにつれて揚圧力が低下していることが認められる。特に、 $d/e=0.2$  のときが止水壁が無い場合に比較して大きく低下することがみられる。しかしながら、この場合、 $d/e$  の値が同じであっても、各  $e/l$  における止水壁の深さそのものは異なるものである。

なお、既に多くの成書<sup>3)</sup>に示されていることであるが、揚圧力分布に及ぼす透水性地盤の深さの

影響を示す1例として、止水壁が無い場合で、 $e/l$  が0.5, 3.0及び $\infty$ のときの揚圧力分布を図に示すと Fig. 7 のようになる。

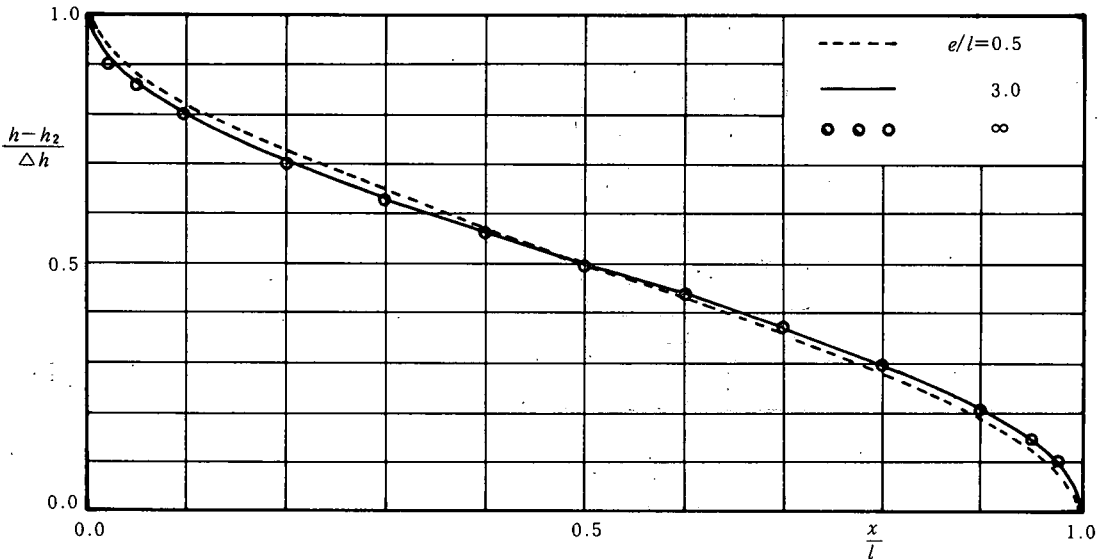


Fig. 7.  $d/e=0.0$  のときの  $e/l$  による揚圧力分布。

この図から、揚圧力は、 $x/l$  が0.5以下では  $e/l$  の小さい方が大きく、 $x/l$  が0.5以上ではその逆になっている。

また、 $e/l$  が無限大の場合の揚圧力分布は、 $e/l$  が3.0の場合とほぼ一致することが認められる。したがって、 $e/l$  が3.0程度以上になれば、揚圧力分布に及ぼす  $e/l$  の影響はほとんど無いと言える。

## 2. 全揚圧力について

取水ダム底面に作用する全揚圧力 (TUP と略記) は、下流側水位の影響を受けるので、透水性地盤の深さや止水壁の深さによって、全揚圧力がどのように変化するかを比較検討する場合は、下流側水位による揚圧力を除外して考察するのが適当である。したがって、ここでは  $(TUP - w_0 h_2 l)$  を  $w_0 \Delta h l$  で除した無次元量で比較検討することにする。

$(TUP - w_0 h_2 l) / w_0 \Delta h l$  の  $d/e$  による変化を  $e/l$  をパラメータとして描くと Fig. 8 のようになる。

この図から、全揚圧力は  $d/e$  の増大につれて次第に減少するが、 $d/e$  が0.5程度より小さい範囲では  $e/l$  が大きいほど減少割合が大きく、 $d/e$  が0.5~0.95程度の範囲ではその逆の傾向がみられ、 $d/e$  が0.95以上では、一様に急激に減少する。

つぎに、全揚圧の  $d/l$  による変化を  $e/l$  をパラメータとして描くと Fig. 9 のようになる。なお、同図には下方無限の透水性地盤上に取水ダムを設けた場合についても併記してある。

この図から、まず、同じ  $d/l$  では、 $e/l$  が大きくなる程全揚圧力は増大することが示される。次に、 $d/l$  の増大に伴う全揚圧の減少の様子をみると、各  $e/l$  に対する曲線は、それぞれの曲線の或る区間では、他の曲線とほぼ一致するか非常に接近している。

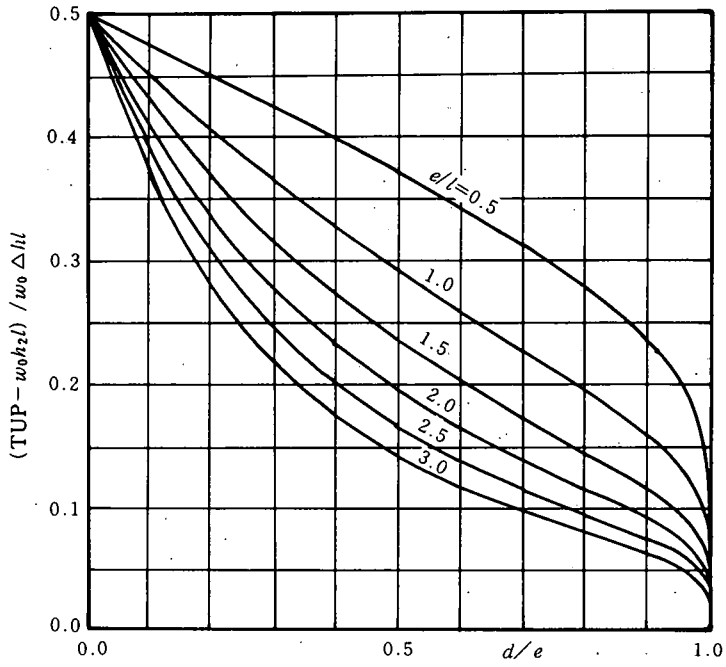


Fig. 8.  $e/l$  をパラメータとした  $d/e$  と全揚圧力の関係.

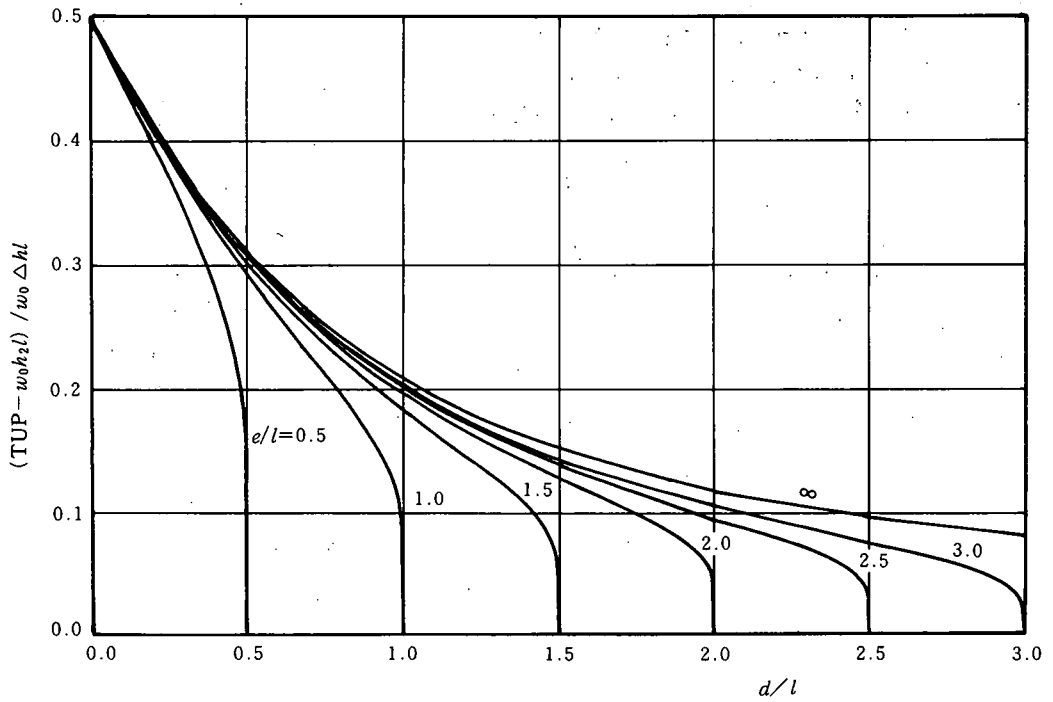


Fig. 9.  $e/l$  をパラメータとした  $d/l$  と全揚圧力の関係.

また、 $e/l$  が1.0以下の場合で  $d/l$  が比較的小さいときは、ほぼ直線的に減少することがみられる。

$e/l$  が1.0以上の場合、 $d/l$  が0.5程度のとき、止水壁が無い場合の全揚圧力の60%程度に減少し、 $e/l$  が1.5以上で  $d/l$  が1.0程度では40%程度に減少することが認められる。

さらに、 $e/l$  が3.0の場合と無限大の場合を比較すると、 $d/l$  が1.0以上のときに両曲線の間に多少の開きを生じるが、大きな差異はない。したがって、 $e/l$  が3.0程度以上になると、全揚圧力に及ぼす  $e/l$  の影響は極めて小さくなることがわかる。

#### IV. あとがき

上・下流方向に無限で、下方有限な透水性地盤上に築造された取水ダムの上流端に止水壁を設置した場合、透水性地盤及び止水壁の深さが、取水ダム底面に作用する揚圧力にどのような影響を及ぼすかを比較検討してきたが、その結果として次のようなことがわかった。

- 1)  $d/e$  が0.0の場合、 $e/l$  が無限大の場合の揚圧力分布は、 $e/l$  が3.0の場合とほぼ一致し、 $e/l$  が3.0程度以上になれば揚圧力分布に及ぼす  $e/l$  の影響はほとんどなくなる。
- 2)  $d/e$  が0.0の場合を除き、 $d/e$  が一定のとき、 $e/l$  が大きい程揚圧力分布は低下する。特に、 $d/e$  が0.0と0.2の場合の差にこの傾向が大きい。
- 3) 全揚圧力は  $d/e$  の増大につれて減少するが、 $d/e$  が0.5程度より小さい範囲では、 $e/l$  が大きい程減少割合が大きく、 $d/e$  が0.5~0.95程度の範囲ではその逆の傾向がみられる。また、 $d/e$  が0.95以上では一様に急激に減少する。
- 4)  $d/l$  が同じ大きさでは、 $e/l$  が大きくなる程全揚圧力は増大する。また、 $e/l$  が、1.0以上で、 $d/l$  が0.5程度のときの全揚圧力は、止水壁が無い場合のその60%程度に減少し、 $e/l$  が1.5以上で  $d/l$  が1.0程度では40%程度に減少する。
- 5)  $e/l$  が3.0以上になると、全揚圧力に及ぼす  $e/l$  の影響は極めて小さくなる。

おわりに、本研究を行うに当って、高知大学情報処理センターを利用したことを付記する。

#### 引用文献

- 1) 例えば Muskat, M. : The Flow of Homogeneous Fluids through Porous Media, McGraw Hill. pp. 201~202 (1946)
- 2) 1) に同じ pp. 216~217

(昭和59年9月28日受理)

(昭和60年1月21日発行)