

# 導電性磁性流体気液二相流の音波の分散特性

山崎堯右<sup>1</sup> 神山新一<sup>2</sup> 坪田 誠<sup>2</sup> 萩野 博<sup>3</sup> 高津好徳<sup>4</sup>

(<sup>1</sup>農学部海洋環境工学講座・<sup>2</sup>東北大学流体科学研究所

<sup>3</sup>三浦工業株式会社・<sup>4</sup>東芝FAシステムエンジニアリング)

## Sonic Dispersion Characteristics of Two-Phase Magnetic Fluids

Takasuke YAMASAKI<sup>1</sup>, Shin-ichi KAMIYAMA<sup>2</sup>, Makoto TUBOTA<sup>2</sup>,  
Hiroshi HAGINO<sup>3</sup>, Yoshinori TAKATSU<sup>4</sup>,

<sup>1</sup>*Chair of Maritime Environmental Engineering, Faculty of Agriculture;*

<sup>2</sup>*Institute of Fluid Science, Tohoku University;*

<sup>3</sup>*Miura Industry Corporation;*

<sup>4</sup>*Toshiba FA System Engineering Corporation*

**Abstract:** Sonic dispersion characteristics of two-phase magnetic fluids under magnetic fields were investigated theoretically and experimentally. Both the dispersion characteristics of the so-called ordinarily two-phase bubbly mixture and the performance under magnetic fields are clarified, with theoretical emphasis on the latter. The results of our calculations indicates the magnetic strength to be especially remarkable in low frequency region.

Key words : Magnetic fluids, Sonic dispersion characteristics, Two-Phase flow

### 1 緒 言

磁性流体はその特異な性質故に従来実現出来なかったような応用の可能性が生じ、活発な新しい機器の開発、研究がなされつつある。また磁性流体の基礎的挙動も諸研究によって多くの性質が明らかにされてはきたが、その多くは定常状態の挙動の解明がほとんどで、高周波下の動的挙動については、実験的検証によって裏打ちされた挙動の解明はまだ多くの課題が残されている。

ここでは、磁場を印可しない場合の二相流体としての導電性磁性流体の音波の分散特性の検討を行った上で、音波の位相速度や減衰係数に及ぼす磁場の影響を理論的に検討した。その結果、低周波数領域では、極めて強い磁場の場合に大きく影響することを明かにした。

## 2 記 号

ここで扱う記号を以下にことわる.

A	伝播方向に直角断面の面積	$\mu$	透磁率
$B_0$	外部印可磁束密度	$\nu$	動粘度
$E_z$	電極電圧	$\rho$	密度
$g$	重力加速度	$\sigma$	表面張力
H	磁場の強さ	$\sigma_1$	導電率
k	波数	$\sigma_T$	二相流のみかけの導電率
k	ボルツマン定数	$\chi$	クオリティ
$K_L$	外部回路の負荷率	i	虚数単位
L	ランジュバン関数	$\omega$	角振動数
m	磁気モーメント		
M	磁化の強さ		添え字
n	粒子数密度	g	気相
p	液圧	i	複素数の虚部
R	気泡の半径	l	液相
$R_b$	気泡のレイノルズ数	o	平衡状態
S	スリップ比	r	複素数の実部
t	時間	s	飽和状態
T	絶対温度	t	時間にたいする偏微分
U	流速	T	外部印可
z	音波の伝播方向の距離	ref	基準状態, ここでは大気圧状態
$\alpha$	ボイド率	v	飽和蒸気圧の状態
$\beta$	仮想質量係数	z	音波の伝播方向に対する偏微分
$\delta$	$= (2\nu/\omega)^{0.5}$		

## 3 理 論

## 3-1 基礎方程式

気液二相状態について

気相の連続の方程式は

$$(\rho_g \alpha A)_t + (\rho_g \alpha A u_g)_z = m_g \quad (1)$$

ただし,  $m_g$  は気相の質量移動に伴う単位体積当りの増加量.

液相の連続の方程式は

$$\{\rho_l(1-\alpha)A\}_t + \{\rho_l(1-\alpha)A u_l\}_z = m_l \quad (2)$$

ただし,  $m_l$  は液相の質量移動に伴う単位体積あたりの増加量

気相と液相の結合運動量方程式は

$$\{\rho_g \alpha u_g + \rho_l (1-\alpha) U_l\}_t + A^{-1} \{\rho_g \alpha A u_g^2 + \rho_l (1-\alpha) A U_l^2\} + P_z - X_m = 0 \quad (3)$$

となる。

ここで、 $X_m$  は導電性流体に働くローレンツ力と磁気体積力の和<sup>(4)</sup>で次式の関係となる。すなわち、 $Z$  方向に伝播し、それに返交する電極と印可磁場の場合

$$X_m = j \times B + \mu_0 M \times (\Delta \times H) = j \times B + \mu_0 M \times j = j \times (B - \mu_0 M)$$

$$= j \times \mu_0 H = -\sigma_T (E_z + u_l B_T) \mu_0 H$$

ところで二相流の導電率にマクスウェルの関係式を用い、山崎によって実験的に二相気泡流の磁気力に及ぼすボイド率の影響を求めた形(下記の最後の項)を導入し、且磁性流体の飽和磁化が外部印可磁場に比して極めて小さいと仮定すれば、上式は下記の形になる。ただし以下割り算記号にストークス記号/を用いることにする。

$$\sigma_l \{2(1-\alpha)/(2+\alpha)\} \mu_0 H \{-K_l u_l B_T + u_l B_T\} + (1-\alpha)(1-0.14 \alpha^{0.5}) \mu_0 M H_z$$

ただし、負荷率  $K_l \equiv E_y U_l B_T$ ,  $M = nmL(\zeta)$ ,  $L(\zeta) = \coth \zeta - 1/\zeta$ ,  $\zeta = \mu_0 m H / (K' T)$  とする。上式で、高磁場でボイド率が小さい値の場合は近似的に次式が成立するとする。

$$B_T = \mu_0 \{H + (1-\alpha)M\} = \mu_0 \{H + (1-\alpha)M_s\}$$

さらに、単一球状気泡の成長方程式は Rayleigh-Plesset の式に従うとして、物質微分をとり

$$R D^2 R / Dt^2 + 1.5 (DR / Dt)^2 = \{R_{ref}^3 P_{gref} / R^3 - 2\sigma / R - P_l - 4\mu / R (DR / Dt)\} / \rho_l \quad (4)$$

ただし、 $P_{gref} = P_{lref} + 2\sigma / R_{ref} - P_{vref}$

さらにここでは、上式の時間微分を物質微分になおし、 $U_l$  を一定として

$$DR / Dt = R_t + U_l R_z$$

$$D^2 R / Dt^2 = R_{tt} + 2U_l R_{tz} + U_l^2 R_{zz} \quad (4')$$

を用いることにする。

つぎに、この気泡の輸送方程式は

$$4/3 \pi R^3 \rho_g U_g (U_g)_z + 4/3 \pi R^3 (P_l)_z + F_D + F_{vm} + F_b + F_B = 0 \quad (5)$$

ここで、上式中

$F_D$  は気泡の受ける抗力

$F_{vm}$  は仮想質量の加速度項

$F_b$  は気泡の浮力

すなわち

$$F_D = 0.5 \rho_l C_D (U_g - U_l) |U_g - U_l| \pi R^2$$

$$\text{ただし } C_D = (24/R_b)(1 + 0.197R_b^{0.63} + 2.6 \cdot 10^{-4}R_b^{3.8})$$

$$R_b = 2R |U_g - U_l| / \nu$$

$$F_{vm} = \beta \rho_l 4/3 \pi R^3 \{ U_g (U_g)_z - U_l (U_l)_z + (3/R)(U_g - U_l) U_g (R)_z \}$$

ここでポテンシャル流れ場の場合は単一球の運動に対して  $\beta = 0.5$  であるのでここではこの値を用いることにする。さらに

$$F_b = -4/3 \pi R^3 (\rho_l - \rho_g) g$$

バセット履歴力は

$$F_B = -3 \pi R^3 \{ 2 \rho_l \nu_l (U_g - U_l) / \delta + \delta \rho_l (U_g - U_l)_t \}$$

$$\text{ただし } \delta = (2 \nu_l)^{0.5}$$

気相成分の状態方程式は

$$P_g = (P_{lref} + 2 \sigma / R_{ref} - P_{vref}) R_{ref}^3 / R^3 \quad (6)$$

またボイド率  $\alpha$  とクオリティ  $\chi$  との関係は

$$\chi = (\alpha \rho_g) / \{ \alpha \rho_g + (1 - \alpha) \rho_l \} \quad (7)$$

気泡半径  $R$  とボイド率  $\alpha$  との関係は以下の式となり、静止流体中では  $S = S_0$  とする。

$$(R/R_0)^3 = (S/S_0) \{ \alpha / (1 - \alpha) \} \{ (1 - \alpha_0) / \alpha_0 \} \quad (8)$$

以上式(1)から式(8)までが、ここで取り扱う基礎方程式群である。

以上の各変数  $U_g$ ,  $U_l$ ,  $P_g$ ,  $P_l$ ,  $\alpha$ ,  $R$ ,  $\chi$ ,  $\rho_g$  について線形化を行い、各8変数の振幅に\*印を付けた  $\square * \exp \{ i(kz - \omega t) \}$  の形の波の解を与える。これによって得られる8変数の振幅に関する8行8列の係数行列式を0とおき、波数  $k$  に関する2次方程式を得る。この複素波数の実部  $k_r$  について  $\omega/k_r$  が二相音波の位相速度、虚部  $k_i$  が減衰率（正の場合増幅）として求まる。

4 計算条件

ここでは、とりあえず以下の各値を比較の基準値の数値として用いた。

$H = 1.50 \cdot 10^5 \text{ A/m}$	$R_0 = 3.0 \cdot 10^{-3} \text{ m} = R_{ref}$
$H_z = 1.50 \cdot 10^7 \text{ A/m}^2$	$\alpha_0 = 5.0 \cdot 10^{-2} = \alpha_{ref}$
$k_t = 0$	$\beta = 0.5$
$M = 4.00 \cdot 10^4 \text{ A/m}$	$\nu_1 = 5.01 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$
$P_0 = 2.03 \cdot 10^5 \text{ Pa} = P_{ref}$	$\rho_1 = 1.20 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3$
$P_{v0} = 2.08 \cdot 10 \text{ Pa} = P_{vref}$	$\sigma = 3.60 \cdot 10^{-2} \text{ N/m}$

5 計算結果

以上の値を使ってとりあえず磁場のない場合について計算した結果を Fig.1から Fig.6までに示す。ただし、以下の計算例は各図中のパラメータのみ各図中の値を変化させ、他のパラメータは上の値一定とした場合の計算結果である。

いずれの場合も、従来えられた成果同様、単一気泡の固有振動数付近で、共振によって極めて顕著な減衰と波速の低下が見られる。それ以下の振動数では波速については角振動数の低下に応じて徐々に増加し、一定の値に漸近する。減衰率は逆に徐々に低下して、一定値に近づく。この両者の低周波数領域での定量的傾向はここで取り扱ったような分離モデルでは従来十分に提示されなかった。

気泡の固有振動数以下ではボイド率が大で、気泡半径の大きく、液圧が低下するほど波速は落ち、逆に減衰率は大きくなる。また、固有振動数以下の減衰率は振動数が低下しても、固有振動数の7割以下の振動数ではほとんど一定の傾向を示す。さらに、ここで取り扱った範囲の気泡の大きさの値では、バセット履歴力、表面張力の影響はほとんどなかった。

最後に、ここで取り扱った諸式の妥当性を見るために、角振動数500rad/sにおけるここで求まった波速を平衡音速とみなして、森岡による分離モデルと神山<sup>3)</sup>らによる均質モデルとの比較を行い、

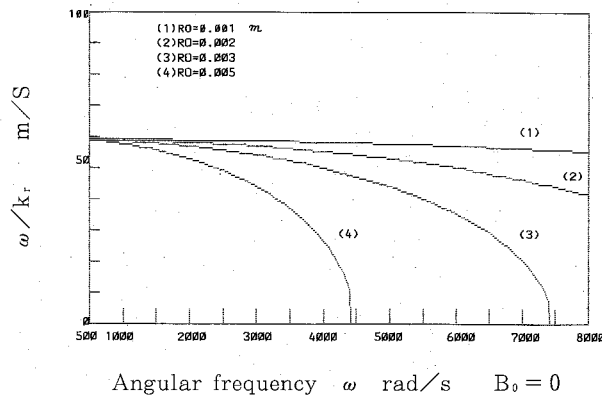


Fig. 1. Effect of Bubble Radius on Sonic Phase Velocity of Two-Phase Magnetic Fluids

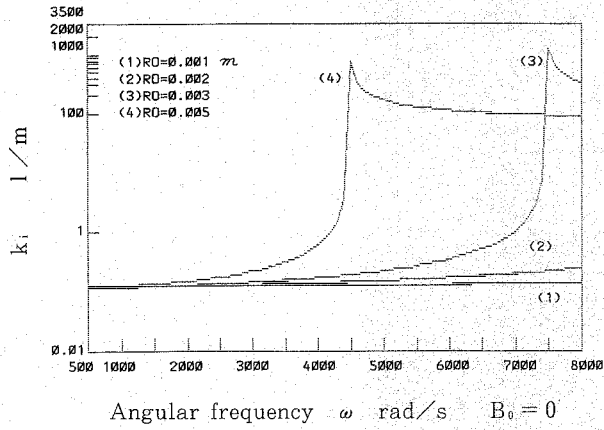


Fig. 2. Effect of Bubble Radius on Sonic Attenuation of Two-Phase Magnetic Fluids

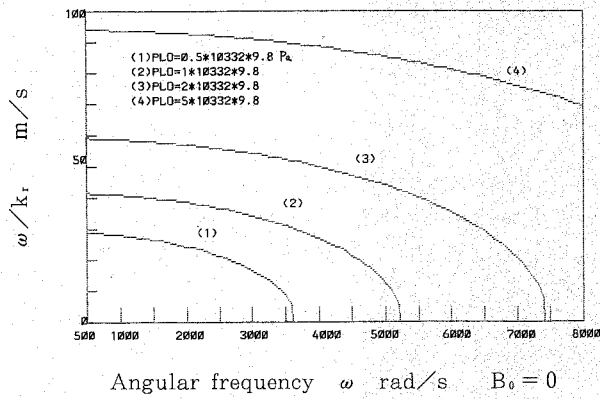


Fig. 3. Effect of Pressure on Sonic Phase Velocity of Two-Phase Magnetic Fluids

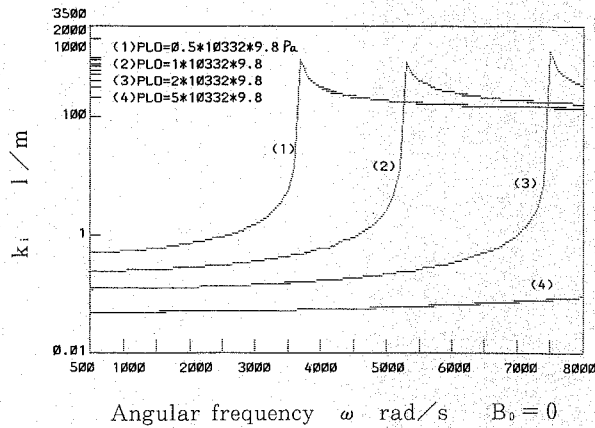


Fig. 4. Effect of Pressure on Sonic Attenuation of Two-Phase Magnetic Fluids

Fig.7に示す. 従来の実験で認められている均質モデルの成立範囲では, 両者の違いはほとんどないことが分かった. なお図中右端部では, 壁面弾性の影響が考えられることから, 図示を避けた.

以上のことから, 色々のサイズの気泡が混在している通常の気液二相流の中の音波の伝播は気泡の固有振動数付近で泡のサイズに対応した相当広い幅のエリミネート帯域が存在していることが予想できる. このことは, 気泡を用いた完全無反射膜の実現を示唆している.

さらに, 流れのチョーキング現象との相互作用を考えると, 2 kHz程度までの脈動下の流れは一般的に多いので, 絞りの上下流の圧力変動のフィルター特性に大きく関わることが予想される. このことは別の実験結果でも見だされているので, 別途に報告することにする.

次に磁場を印可した場合についての計算結果を示す. Fig.8, 9, 10, 11は導電率, 磁束密度の影響を示す. 特に平衡音速としての低周波数での音速は磁場によって著しく影響をうけ, 場合によっては伝播方向に増幅することもあることが分かった. このことは負荷率の如何でも同様の影響が見られた.

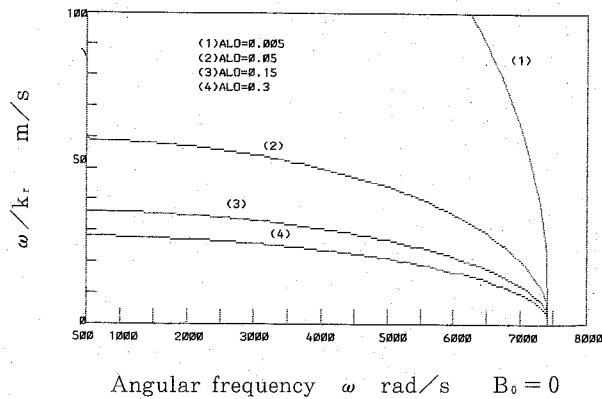


Fig. 5. Effect of Void Fraction on Sonic Phase Velocity of Two-Phase Magnetic Fluids

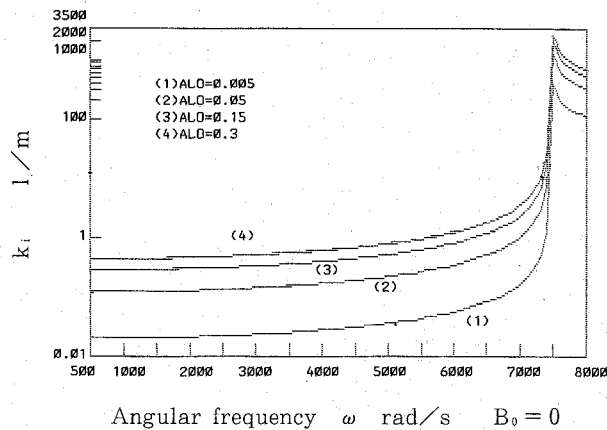


Fig. 6. Effect of Void Fraction on Sonic Attenuation of Two-Phase Magnetic Fluids

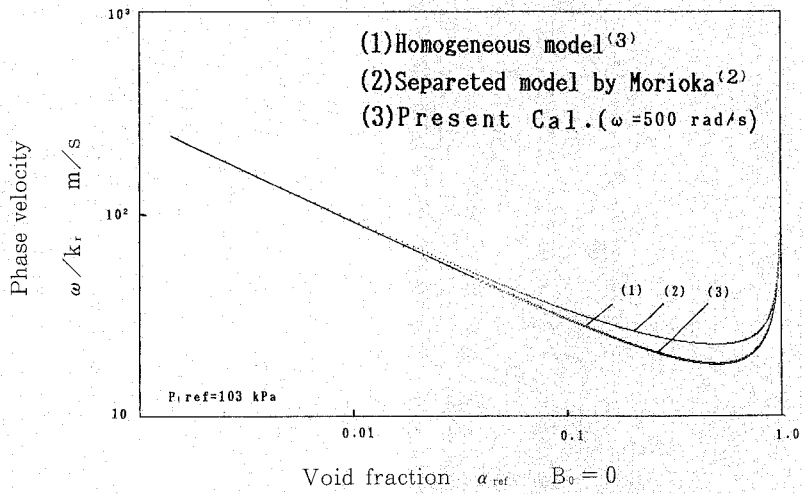


Fig. 7. Comparison of Homogeneous Model and Separated Models

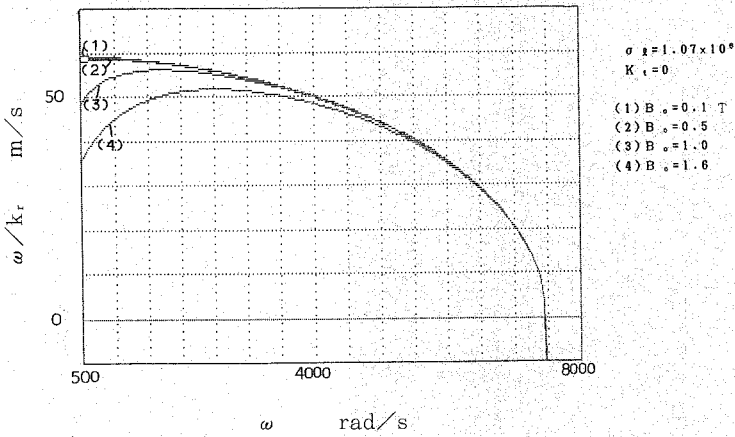


Fig. 8. Effect of Magnetic Strength on Sonic Phase Velocity of Two-Phase Magnetic Fluids

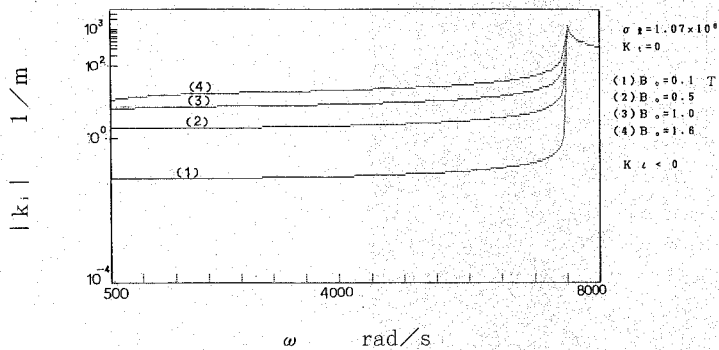


Fig. 9. Effect of Magnetic Strength on Sonic Attenuation of Two-Phase Magnetic Fluids



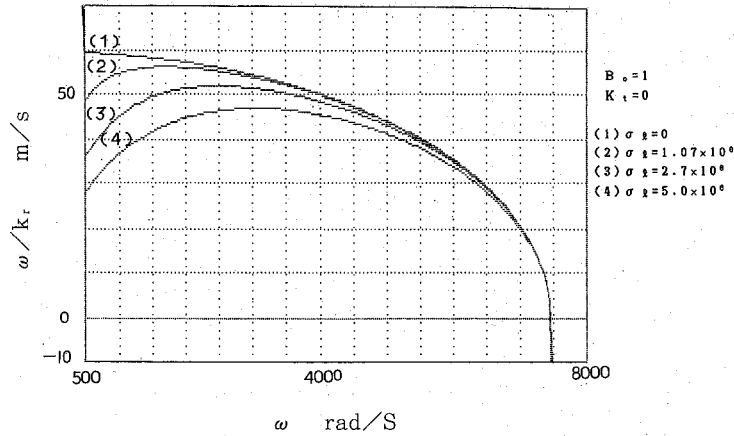


Fig. 10. Effect of Electric Conductivity on Sonic Phase Velocity of Two-Phase Magnetic Fluids

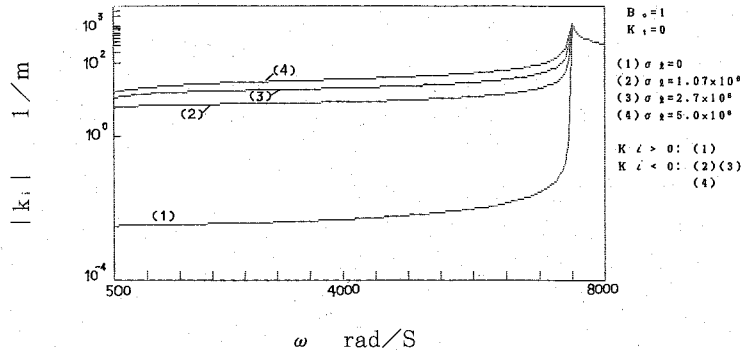


Fig. 11. Effect of Electric Conductivity on Sonic Attenuation of Two-Phase Magnetic Fluids

## 6 結 論

以上、磁性流体を例にとり、通常機械的振動数領域である気泡の固有振動数以下の低周波数領域での気液二相流体の静止液中における音波の分散式を求め、それに及ぼす各種の因子の影響を数値計算の上から検討した結果、以下の諸点が明らかとなった。

すなわち、

### 1 印可磁場のない場合

- (1) 加振周波数が数千Hz以下の場合、音速は固有振動数付近で激減し、数百Hzオーダまでの可聴周波数帯域では相当変化量大きい、1000Hz以下ではほぼ一定値の平衡音速の値を示す。
- (2) 気泡の固有振動数付近では音速は0に近付き、減衰率は極めて大きくなる。このことから外部音のほとんどを吸収できる膜の可能性を示唆する。
- (3) その一方気泡の固有振動数以下ではその7割以下の振動数では、減衰率はほとんど一定値となる。
- (4) ここで検討した気泡半径では分散特性にはバセット履歴力、表面張力はほとんど影響がない。
- (5) ボイド率がほぼ0.1以下では実用上均質モデルでも分離モデルでも分散関係にはほとんど差

異がない。

- 2) 磁場による分散特性に及ぼす影響はここで取り扱った条件でいえば、磁束密度、導電率、負荷率などの影響がローレンツ力の項に効き、低周波数域でそれらの影響は顕著である。

これらの諸性質は気液二相流の臨界現象、高周波圧力伝送のパイプラインの応答、などに関係するであろう。

本研究は、平成2, 3, 4年度科学研究補助金(C)を受けた課題の一端であることを付記する。

## 7 引用文献

- 1) R. Clift, J. R. Grace and M. E. Weber: "Bubble, Drops, and Particles", Chapter 11, p.285-320, Academic Press, New York (1978).
- 2) 森岡茂樹, 気体力学, 朝倉書店(1982).
- 3) Kamiyama S. and Yamasaki T.: Prediction of Gaseous Cavitation Occurrence in Various Liquids Based on Two-Phase Flow Analogy, Trans. of ASME, Journal of Fluids Engineering, Vol. 103, p. 551-556, (1981).
- 4) 志沢一之, 棚沢隆彦: 導電性磁性流体の基礎方程式における熱力学的考察(非相対性・非極性理論) 機論, B編, 51巻, 468号, 2737-2745 (1985).
- 5) Yamasaki T., Tsubota M. and Kamiyama S.: Sound Wave Propagation in Two-Phase Flow of a Magnetic Fluid, J. of Magnetism and Magnetic Materials, 85, p.147-150, (1990).

平成8年(1996)9月30日受理

平成8年(1996)12月25日発行