

不規則地動入力時の数値解析方法

— 貯水ダムの地震時動水圧の推定に関する研究 —

松本 伸介¹・篠 和夫¹・万徳 紀文²

(¹農学部生産環境工学科・²高知県南国耕地事務所)

Suggestion of Analytical Method for Random Ground Motion

— Study on hydrodynamic pressure on dams during earthquakes —

Shinsuke MATSUMOTO¹, Kazuo SHINO¹, and Norifumi MANTOKU²

¹ *Department of Environmental Technology, Faculty of Agriculture;*

² *Nankoku Agricultural Land Office of Kochi Prefectural Government*

Abstract: The purpose of this report is to show the treatment using the numerical method of hydrodynamic pressure on concrete gravity dam during earthquakes, especially in case of dam-reservoir system subjected to arbitrary random ground motion.

Governing equation is expressed in Helmholtz type owing to the consideration of water compressibility. Thus, we can discuss the effect of frequency characteristics of input ground motion on hydrodynamic pressure. Based on the Fourier transformation, we have suggested the treatment use of boundary element method for the random ground motion obtained from an example of reservoir model experiment by a small size aquarium shaking.

Key word: Hydrodynamic pressure, Concrete gravity dam, Boundary element method

1. はじめに

1995年1月17日午前5時46分、淡路島北部を震源とする兵庫県南部地震が発生し、未曾有の被害をもたらした。地震発生直後から、各種調査団が現地に入り精力的な調査が進められ、すでに数多くの報告書が出されている。その中には、ダム・ため池に関する被害報告も含まれているが、他の施設・構造物・地盤などに比すれば、2、3のため池を除き、概して比較的軽微な被災程度であった模様である^{1,2)}。

我が国では、経済的なゆとりの現われであろうか、「自然にやさしい」、そして「周辺の景観に配慮した」土木構造物の設計が強く叫ばれている現今ではあるが、この度の阪神大震災での例を見るまでもなく、安全性を軽視しえないことは当然であり、土木構造物に対する耐震設計の重要性は明らかである。

また、最近の耐震設計法の発展に伴い、ダムに対してもさらに合理的な設計方法を案出することが待たれ、設計基準においても、ダムサイトによっては動的解析により地震時の安定性を検討する

ことが望ましいと明記されている。とくに、ダムに及ぼす地震力の影響としては、堤体や支持岩盤に働く地震慣性力、貯水による動水圧、貯水池表面に発生する波浪などがあり、ダムはこれらに対して十分に安全であるよう設計されねばならない。中でも地震時動水圧について、日本大ダム会議ダム設計基準では、次のように定めている。

「動水圧：地震時には、ダム堤体が貯水池に対して急激に動くため、貯留水が堤体に静水圧以外にも圧力を加えることになる。これを動水圧と呼び、一般に上流面が急勾配の重力式コンクリートダムの設計時には考慮するが、緩勾配のフィルダムの場合にはその影響を無視している。」

このように、コンクリートダムを設計する際の動的荷重の一つである地震時動水圧の推定に関しては、現行の設計基準の原典である WESTERGAARD³⁾ の先駆的な研究以来、多くの研究者たちにより、現実に即した条件を理論的に組み込もうと様々な試みが続けられてきている。たとえば、畑野⁴⁾ は、WESTERGAARD の代数解に含まれる表面波動の発散や、圧力の無限遠方での取り扱いに関する問題点を改めた代数解を提案した。

ところがこれら理論解では、たとえば河川の上流方向に向かって貯水池水深が一定である、堤体上流面の形状が一様である、堤軸方向には諸条件が一様である等、解析対象となる貯水池領域が理想的な幾何学的形状を有するものと仮定せざるを得なかったり、地震による系の振動方向が上下流方向に限定されていたり、取扱いが甚だしく複雑になる点を避けるために貯留水の物性に関し厳密性を欠いたりするなど、種々の点で問題があるものと考えられる。

こうした流れに対して、ZANGAR⁵⁾ は、電気伝導度の計測実験が当動水圧問題と類似である点に着目して、堤体上流面が傾斜した場合の地震時動水圧算定式を提案した。しかし、これも地山の影響や地震波の入射方向の影響を考慮することができなかった。さらに、近年のコンピュータの進展に伴い、それを生かして様々な工夫を加えた数値解析を試みた例として、CHOPRA⁶⁾ や塩尻⁷⁾ による一連の研究があげられる。

これら過去の関連研究の事例を踏まえ、筆者らは、ダムサイトの両アバット部をも含む貯水池形状を規定する各種パラメタ（堤軸長、地山のポケットの開きの程度、谷の急峻さ）を変化させて、3次元境界要素法によるパラメトリックスタディを行い、これと2次元解析の結果とを比較することで、動水圧値に及ぼす堤軸方向の諸条件の影響、すなわち貯水池形状の3次元効果について検討している⁸⁾。これは逆の視点に立てば、2次元解析の適用可能性を追求したことにもなる。

さらに、近年、水の需要に応えるために地盤条件の劣悪なサイトにもダムを築造せざるをえない場合が増えてきており、そうしたケースへの対応策の一つとして、地盤と堤体との接触面での剪断抵抗を増大させる目的で、堤体上流面にフィレットを付設する方法がとられている。そこで、上述のパラメトリックスタディを通して、フィレットの取付け高や勾配が動水圧に与える影響について検討した。また、貯水池形状を規定するという点ではフィレット形状と同様な意味を持つ貯水池底の勾配による影響、地震による堤体や地盤の振動方向による影響についても考察した⁹⁾。

そこで、本報では、取扱いを簡便にするためにこれまで無視してきた貯留水の圧縮性による影響を取り上げることとした。すなわち、水の圧縮性を考慮することにより、動水圧の時間的変化を見ることが可能となるが、とくにダム-貯水池系が調和振動ではない一般的な地動を受ける場合の解析上の取扱方法について検討した。

2. 古典的解法

現行のダム設計基準で採用されている動水圧算定方法である WESTERGAARD の代数近似解と、ZANGAR の実験解について、その要点のみを記述しておく。

2-1 WESTERGAARD による解³⁾

WESTERGAARD は、動水圧問題を検討するにあたり、以下の8点を仮定した。

- a) 貯留水の粘性は無視でき、水粒子は非回転運動をする。
- b) 表面波高は無視できる程度に微小である。
- c) 堤体上流面は鉛直である。
- d) 堤体は剛体である。
- e) 貯水池は上流方向に無限長である。
- f) 無限遠方で、動水圧はゼロとなる。
- g) 貯水池水深は一定である。
- h) 堤体-貯水池-地盤系は同一平面内で挙動する。

このような条件下で、ダムが上下流方向に正弦的に定常加振した場合の動水圧を代数的に解析し、次式(1)で表されることを示した。

$$p(y) = \frac{8k\rho_w gH}{\pi^2} \sum_n \frac{\sin \frac{(2n-1)\pi(H-y)}{2H}}{(2n-1)^2 C_n} \quad (1)$$

ここに、 $p(y)$: 貯水池底面から距離 y なる点における動水圧

H : 貯水池水深

k : 地震の水平震度

ρ_w : 貯留水の単位体積質量

g : 重力加速度

$C_n: \sqrt{1 - \frac{16\rho_w H^2}{n^2 K T^2}}$

K : 貯留水の体積弾性率

T : 地震周期

さらに、WESTERGAARD は、計算の簡易化のために式(1)を放物曲線式で近似し、加えて $T=4/3$ [s] とした。その結果、次式(2)を導出した。

$$p(y) = \frac{7}{8} k\rho_w g \sqrt{H(H-y)} \quad (2)$$

現行のダム設計基準では、堤体上流面が鉛直の場合の動水圧算定式として当式(2)が採用されている。また、米国内務省開拓局では、堤体上流面の $1/2$ 以上が鉛直であれば、全面鉛直の場合と同様に扱っている¹⁰⁾。

2-2 ZANGAR による解⁵⁾

ZANGAR は、貯留水を非圧縮性と仮定することにより電解質溶液を用いた電氣的相似実験を実施し、勾配を有する堤体上流面が上下流方向の振動を受けた場合、動水圧分布が次の近似式(3)で表現できることを示した。

$$p(\theta_d, y) = C(\theta_d, y) k\rho_w gH \quad (3)$$

ここに、 $p(\theta_d, y)$: 上流面勾配 θ_d [°] を有する壁面の貯水池底面から距離 y なる点における動水圧

H : 貯水池水深

k : 地震の水平震度

ρ_w : 貯留水の単位体積質量

g : 重力加速度

$$C(\theta_d, y) : \frac{C_m(\theta_d)}{2} \left\{ 1 - \left(\frac{y}{H}\right)^2 + \sqrt{1 - \left(\frac{y}{H}\right)^2} \right\}$$

$C_m(\theta_d)$: Fig. 1. に示す上流面勾配 θ_d [°] により定まる係数

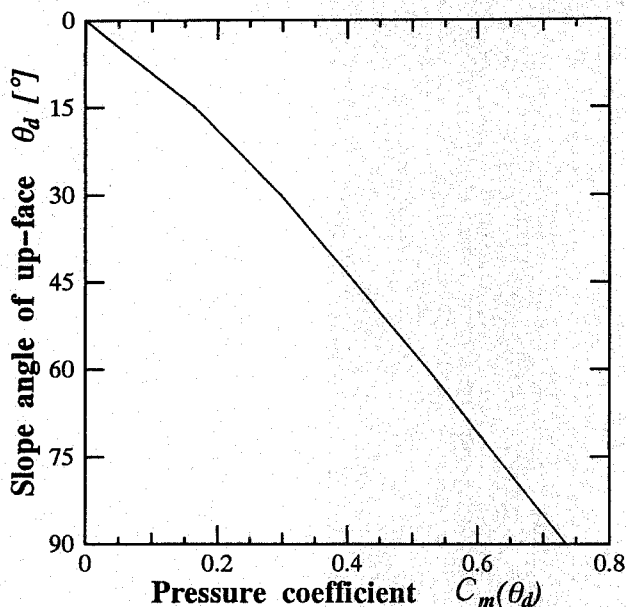


Fig. 1. Pressure coefficient $C_m(\theta_d)$ for uniformly inclined up-face.

現行のダム設計基準では、堤体上流面が一様勾配を有する場合の動水圧算定式として式(3)が採用されている。

両古典解により算定された動水圧の水深方向分布の様子を Fig. 2. に示す。両解ともに、入力加速度振幅 a_0 は重力加速度 9.8m/s^2 ($=1g$) に等しいものとし、算定された動水圧は堤底に発生する最大静水圧 ($P_s = \rho_w \cdot g \cdot H$) で基準化した。

WESTERGAARD の理論近似解 ($\theta_d = 90^\circ$ の場合に対応、×印) と、上流面が一様勾配 ($\theta_d = 45^\circ, 60^\circ, 75^\circ, 90^\circ$) を有する場合の ZANGAR 解 (各種折れ線) とを併記する。

両者を比較することができる唯一のケース、すなわち $\theta_d = 90^\circ$ の場合を見ると、WESTERGAARD 解の方が、何れの水深においても若干過大に算定されていることが確認できる。

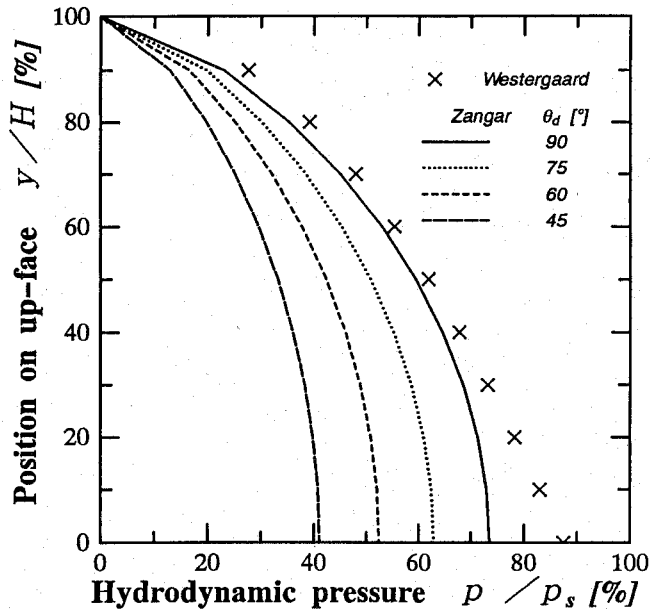


Fig. 2. Hydrodynamic pressure by conventional formulae.

3. 解析方法

3-1 境界要素法¹¹⁾

当動水圧問題における興味の対象が堤体上流面に作用する圧力，すなわち境界値のみである点に鑑み，後述の場の方程式である偏微分方程式を解くに際しては，領域型の数値解法である有限要素法（FEM）よりも効率的であると考えられる境界要素法（BEM）を適用することとした。

以下では，動水圧問題の基本的なケースの場の方程式である Laplace 方程式で表されるポテンシャル問題を例にとり，BEMに関して概説することとする。

対象領域 Ω の境界 Γ の一部 Γ_p 上でポテンシャル値 ϕ が既知であり，その残りの境界 Γ_q （ $=\Gamma-\Gamma_p$ ）上で外向法線方向のポテンシャル勾配 ψ （ $=\partial\phi/\partial n$ ）が既知であるとすれば，場の方程式および境界条件式は，次のように表わせる。

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \text{in } \Omega \quad (4)$$

$$\phi = \bar{\phi} \quad \text{on } \Gamma_p \quad (5)$$

$$\psi = \bar{\psi} \quad \text{on } \Gamma_q \quad (6)$$

ここに， ∇^2 ：微分演算子ラプラシアン（ $=\sum_i \partial^2/\partial x_i^2$ ）

$\bar{\phi}$ ， $\bar{\psi}$ ：既知のポテンシャル値とその勾配値

ここで，領域 Ω 内で連続な一次導関数を有する重み関数 ϕ^* を導入し，出発点として重み付き残差表示式(7)を考える。

$$\int_{\Omega} \nabla^2 \phi \phi^* d\Omega = -\int_{\Gamma_p} (\phi - \bar{\phi}) \psi^* d\Gamma + \int_{\Gamma_q} (\psi - \bar{\psi}) \phi^* d\Gamma \quad (7)$$

ここに, $\psi = \partial \phi / \partial n$, $\psi^* = \partial \phi^* / \partial n$

左辺にグリーンの定理を2回施し変形すると,

$$\int_{\Omega} \nabla^2 \phi^* \phi \, d\Omega = \int_{\Gamma_p} (\bar{\phi} \psi^* - \phi \psi^*) \, d\Gamma + \int_{\Gamma_q} (\phi \psi^* - \bar{\psi} \phi^*) \, d\Gamma \quad (8)$$

ここで, 重み関数 ϕ^* は次式(9)を満足するように選ぶ.

$$\nabla^2 \phi^* + \Delta^i = 0 \quad (9)$$

ここに, Δ^i : Dirac のデルタ関数

式(8), (9)より

$$\int_{\Omega} \Delta^i \phi \, d\Omega = \int_{\Gamma_p} (\psi \phi^* - \bar{\phi} \psi^*) \, d\Gamma + \int_{\Gamma_q} (\bar{\psi} \phi^* - \phi \psi^*) \, d\Gamma \quad (10)$$

すなわち領域内, 境界上をまとめると

$$\mu \phi + \int_{\Gamma_p} (\bar{\phi} \psi^* - \phi \psi^*) \, d\Gamma + \int_{\Gamma_q} (\phi \psi^* - \bar{\psi} \phi^*) \, d\Gamma = 0 \quad (11)$$

ここに, $\mu = \nu / 2\pi$ (ν : 境界のなす平面内角[rad])

式(9)を満足する重み関数 ϕ^* は, 基本解と呼ばれ, 3次元解析の場合は次式(12)で与えられる.

$$\phi^* = \frac{1}{4\pi r} \quad (12)$$

ここに, r : 領域 Ω 内の任意の点と境界 Γ 上の積分点との距離

これを用いて

$$\psi^* = \frac{\partial \phi^*}{\partial n} = -\frac{D}{4\pi r^3} \quad (13)$$

ここに, D : 領域 Ω 内の任意の点と積分点を含む境界要素 Γ までの垂直距離

一方, 2次元解析の場合には, 基本解 ϕ^* および ψ^* は次式(14), (15)となる.

$$\phi^* = \frac{1}{2\pi} \ln \frac{1}{r} \quad (14)$$

$$\psi^* = -\frac{D}{2\pi r^2} \quad (15)$$

このように, 境界要素法は, 領域内で成立する微分方程式を GREEN の定理により境界上の積分方程式に変換するため, 3次元領域問題の場合, その境界である面積分による2次元問題に帰着できる. 同様に, 2次元領域問題は, その境界の線積分による1次元問題となる. すなわち, 問題の次元数が1次下がることになるので, 領域を離散化し数値計算を行う際に準備する入力データの作成が格段と簡易化されるとともに, 未知量の数も激減するため計算時間も短縮される.

次に, 導出された境界積分方程式(11)を, 領域を取囲む境界上で離散化する. この際に用いる境界要素は, 3次元領域を対象とする場合には面要素に, 2次元領域の場合には線要素となる. 以下では, 簡単のため2次元問題を対象にし, ポテンシャル値 ϕ とその勾配 $\psi (= \partial \phi / \partial n)$ が要素内で1次変化する線形要素で離散化した場合を取上げ説明する.

m 個の線要素 Γ_j ($j=1, m$) に対して,

$$\mu \phi + \sum_{j=1}^m \int_{\Gamma_j} \phi \psi^* \, d\Gamma - \sum_{j=1}^m \int_{\Gamma_j} \psi \phi^* \, d\Gamma = 0 \quad (16)$$

ところが、 ϕ と ψ は各要素内で線形変化することから、要素両端での値 ϕ_1 , ϕ_2 , ψ_1 および ψ_2 と内挿関数 Υ_1 , Υ_2 を用いて次のように表現できる。

$$\phi = [\Upsilon_1 \ \Upsilon_2] \{\phi_1 \ \phi_2\}^T \quad (17)$$

$$\psi = [\Upsilon_1 \ \Upsilon_2] \{\psi_1 \ \psi_2\}^T \quad (18)$$

ここで、 $\Upsilon_1 = (1 - \xi)/2$, $\Upsilon_2 = (1 + \xi)/2$

ξ : 各要素上での無次元化座標 ($-1 \leq \xi \leq 1$)

これにより、式(16)の左辺第2項および第3項は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m \int_{\Gamma_j} \phi \phi^* d\Gamma &= \sum_{j=1}^m \int_{\Gamma_j} [\Upsilon_1 \ \Upsilon_2] \{\phi_1 \ \phi_2\}^T \phi^* d\Gamma \\ &= \sum_{j=1}^m [h_{i1} \ h_{i2}] \{\phi_1 \ \phi_2\}^T \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \sum_{j=1}^m \int_{\Gamma_j} \psi \psi^* d\Gamma &= \sum_{j=1}^m \int_{\Gamma_j} [\Upsilon_1 \ \Upsilon_2] \{\psi_1 \ \psi_2\}^T \psi^* d\Gamma \\ &= \sum_{j=1}^m [g_{i1} \ g_{i2}] \{\psi_1 \ \psi_2\}^T \end{aligned} \quad (20)$$

ここに、 $h_{i1} = \int_{\Gamma_j} \Upsilon_1 \phi^* d\Gamma$, $h_{i2} = \int_{\Gamma_j} \Upsilon_2 \phi^* d\Gamma$

$g_{i1} = \int_{\Gamma_j} \Upsilon_1 \psi^* d\Gamma$, $g_{i2} = \int_{\Gamma_j} \Upsilon_2 \psi^* d\Gamma$

式(19), (20)を式(16)の左辺に代入すると、各節点 i に関し次の方程式(21)が得られる。

$$\begin{aligned} \mu_i \phi_i + [H_{i1} \ H_{i2} \ \cdots \ H_{im}] \{\phi_1 \ \phi_2 \ \cdots \ \phi_m\}^T \\ - [G_{i1} \ G_{i2} \ \cdots \ G_{im}] \{\psi_1 \ \psi_2 \ \cdots \ \psi_m\}^T = 0 \end{aligned} \quad (21)$$

ここに、 $H_{ij} = \int_{\Gamma_j} \Upsilon_1 \phi^* d\Gamma + \int_{\Gamma_{j-1}} \Upsilon_2 \phi^* d\Gamma$

$G_{ij} = \int_{\Gamma_j} \Upsilon_1 \psi^* d\Gamma + \int_{\Gamma_{j-1}} \Upsilon_2 \psi^* d\Gamma$

この式(21)が全体系の方程式となり、各節点ではポテンシャル値 ϕ_i 、またはその勾配値 ψ_i が境界条件として与えられているため、最終的には m 元の連立方程式を解くことに帰着する。

境界要素法の要点を、解析ステップの順に沿って以下に纏めておく。

- 与えられた問題を、領域内で成立する場の方程式と境界上で成立する境界条件式として表現する。
- 積分定理と基本解を用いて、場の方程式を境界積分方程式に変換する。
- 解析対象領域の境界を境界要素により離散化する (要素番号, 節点番号を振る)。
- 数値積分などを駆使し、係数マトリクスの各成分を計算する。
- 全体系方程式を構成する。
- 境界条件を考慮し、既知境界値と未知境界値を分離した方程式に再編成する。
- 未知境界値に関する連立1次方程式を解く。
- 必要に応じ、領域内の任意点での関数値を計算する (当動水圧問題では不要)。

3-2 動水圧問題の定式化

3-2-1 仮定

動水圧問題を検討するにあたり、ひとまず以下の仮定が成立するものとする。

- a) 貯留水は非圧縮性の完全流体であり、水粒子は非回転運動をする。
- b) 表面波高は無視できる程度に微小である。
- c) 調和振動が貯水池底全面に作用する。
- d) 堤体、貯水池底、両岸は剛体であり、かつ一体となって挙動する。
- e) 貯水池は上流方向に無限長で、圧力は同方向に伝播する。

とくに、2次元解析の際には、次の仮定をも加える。

- f) 堤体-貯水池-地盤系は同一平面内で挙動する。

3-2-2 場の方程式

物理現象を定量的に表現するための一手法として、数理モデルがある。ここでも、それに従い、上述の特性を仮定した流体の挙動を表現することを試みる¹²⁾。

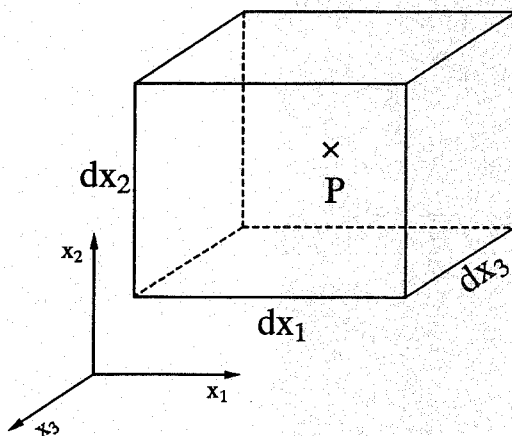


Fig. 3. A sketch for deriving the equation of continuity.

Fig. 3. に示すように直交座標系 x_1, x_2, x_3 をとり、流体中の任意の一点 P を中心に含むように各軸方向の微小な長さ dx_1, dx_2, dx_3 を辺長とする仮想的な微小直方体を考える。点 P での水粒子変位の3方向成分を u_1, u_2, u_3 とし、これらが連続的に流体中で変化するとすれば、点 P から x_1 軸の正と負の向きに $dx_1/2$ だけ離れた面 S_1^+, S_1^- では、流速の x_1 軸方向成分は次のようになる。

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \frac{dx_1}{2} \quad (\text{on } S_1^+) \quad (22)$$

$$\frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \frac{dx_1}{2} \quad (\text{on } S_1^-) \quad (23)$$

ここに、 u_1 : x_1 方向変位成分

したがって、微小時間 dt 間に面 S_1^+ を通して直方体から流出する流体の体積、および面 S_1^- を通して直方体へ流入する流体の体積は、式(24)および式(25)で表せる。

$$\left\{ \frac{\partial u_1}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \frac{dx_1}{2} \right\} dt dx_2 dx_3 \quad (24)$$

$$\left\{ \frac{\partial u_1}{\partial t} - \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right) \frac{dx_1}{2} \right\} dt dx_2 dx_3 \quad (25)$$

結局, x_1 軸方向の流体の dt 間の増分量は, 両者の差から次のようになる.

$$\frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right) dx_1 dx_2 dx_3 dt \quad (26)$$

同様に, x_2, x_3 軸方向にも流体の収支を考え, それらを加え合わせることで, 微小時間 dt 間の微小直方体内の増分流量は, 次式で表すことができる.

$$\left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{\partial u_1}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_2} \left(\frac{\partial u_2}{\partial t} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(\frac{\partial u_3}{\partial t} \right) \right\} dx_1 dx_2 dx_3 dt \quad (27)$$

一方, 単位体積・単位時間あたり体積 m なる流体が, 点 P にてわき出るとすると, 微小時間 dt 間に微小直方体内にわき出る流体の体積は, 次のようになる.

$$m dx_1 dx_2 dx_3 dt \quad (28)$$

ここで, 前述の「貯留水は非圧縮性」とする仮定から, 式(27)と式(28)で表される体積は相等しくなければならない. さらに, 貯水池内では流体のわき出しはないものと考えられる. その結果, 貯水池内では次の連続式が成立することとなる.

$$\frac{\partial}{\partial x_i} \left(\frac{\partial u_i}{\partial t} \right) = 0 \quad (29)$$

ここに, u_i : x_i 方向変位成分 (i に関する総和規約を適用)

さらに, 「水粒子は非回転運動」と仮定しているので, 速度成分 $\partial u_i / \partial t$ と速度ポテンシャル ϕ との間には次式が成立する.

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = - \frac{\partial \phi}{\partial x_i} \quad (30)$$

一方, 圧力 p_0 とポテンシャル ϕ との間には式(31)の関係が成り立つ.

$$p_0 = \rho_w \frac{\partial \phi}{\partial t} \quad (31)$$

ここに, ρ_w : 貯留水の単位体積質量

結局, 圧力 p_0 に対する場の方程式は, 次のように書き改められる.

$$\nabla^2 p_0 = \frac{1}{\lambda} \frac{\partial^2 p_0}{\partial t^2}$$

ここに, $\lambda = K / \rho_w$ (K : 貯留水の体積弾性係数)

ところが, 前述の仮定「貯留水は非圧縮性流体」より $K = \infty$ と考えられるので, 次のように簡単になる.

$$\nabla^2 p_0 = 0 \quad (32)$$

2次元領域に対しては直交座標系 $(x_1, x_2) = (X, Y)$ を, 同じく3次元領域に対しては $(x_1, x_2, x_3) = (X, Y, Z)$ を定め, 入力地震動の角周波数を ω とし,

$$p_0(X, Y, Z, t) = p_d(X, Y, Z) \exp(i\omega t) \quad (33)$$

のように分離できるものとする,

$$\nabla^2 p_0 = \exp(i\omega t) \nabla^2 p_d \quad (34)$$

すなわち、貯水池領域 (Ω) 内にて成立すべき場の方程式は、圧力振幅 p_d に対しても Laplace 方程式 (35) で与えられる。

$$\nabla^2 p_d = 0 \quad (35)$$

3-2-3 境界条件式

一方、境界条件は、自由水面では Dirichlet 型の (5) 式で、他の 5 種類の面では Neumann 型の (6) 式で与えられるが、後者については式 (30), (31), (33) より次のように表現できる。まず、 x_i 方向の加速度成分 a_i は次式 (36) となる。

$$a_i = -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial}{\partial x_i} \{ p_d \exp(i\omega t) \} \quad (36)$$

$$\therefore \frac{\partial p_d}{\partial n_j} = \frac{\partial p_d}{\partial x_i} \frac{\partial x_i}{\partial n_j} = -\frac{\rho_w}{\exp(i\omega t)} a_i \exp(i\omega t) n_i \quad (37)$$

ただし、下添字 i に関しては総和規約に則る。

$$\therefore \frac{\partial p_d}{\partial n_j} = -\rho_w \vec{a} \cdot \vec{n}_j \quad (38)$$

ここに $\vec{a} \cdot \vec{n}_j$ は、入力地震ベクトル (\vec{a}) と境界各面 (Γ_j) に立てた外向き単位法線ベクトル (\vec{n}_j) とのスカラー積を意味する。

すなわち、貯水池領域を取り囲む 6 種類の面での境界条件式は、次の (39) ~ (44) となる。

自由水面 (Γ_s) 上にて

$$p_d = 0 \quad (39)$$

堤体上流面 (Γ_d) 上にて

$$\partial p_d / \partial n_d = -\rho_w \vec{a} \cdot \vec{n}_d \quad (40)$$

貯水池底面 (Γ_b) 上にて

$$\partial p_d / \partial n_b = -\rho_w \vec{a} \cdot \vec{n}_b \quad (41)$$

地山右岸面 (Γ_r) 上にて

$$\partial p_d / \partial n_r = -\rho_w \vec{a} \cdot \vec{n}_r \quad (42)$$

地山左岸面 (Γ_l) 上にて

$$\partial p_d / \partial n_l = -\rho_w \vec{a} \cdot \vec{n}_l \quad (43)$$

貯水池上流端 (Γ_e) 上にて

$$\partial p_d / \partial n_e = 0 \quad (44)$$

式 (11) の各項を条件式 (5), (6) の下で、すなわち具体的には式 (39) ~ (44) の境界条件を考慮しつつ、各要素ごとに離散化することで、全節点における動水圧振幅 p_d (以下これを動水圧と呼ぶ) と、その外向法線方向の勾配値 $q_d (= \partial p_d / \partial n)$ とが算定される。また、 $p_d < 0$ とは、圧力振動が入力振動と逆位相であることを意味する。

3-2-4 入力地震波の取り扱い

前述の仮定 a) よりも現実に近い状態, すなわち貯留水の圧縮性を考慮すると, 動水圧振幅に關する場の方程式は, 式(35)に代わり次式(45)となる.

$$\nabla^2 p_d + \left(\frac{\omega}{C}\right)^2 = 0 \quad (45)$$

ここに, ω : 入力地震波の角振動数[rad/s] ($= 2\pi f$)

C : 貯留水中でのせん断波速度 ($= \sqrt{K/\rho_w}$)

つまり, 圧縮性を無視することは, 水の体積弾性係数 K を無限大と考えること, すなわち, せん断波速度 C を無限大と考えることになり, その結果, 式(45)の左辺第2項がゼロとなり, 場の方程式は Laplace 型の式(35)で表せることとなる.

それに対し, 貯留水の圧縮性を考慮すると, 水中でのせん断波速度 (常態において $C \approx 1500$ [m/s]) を大きな値ながらも有限値として取り扱うことになり, その結果, 場の方程式は Helmholtz 型の式(45)となる.

さらに, これに伴い基本解は, 2次元問題の場合, 式(46)を用いることとなる.

$$p_d^* = \frac{i}{4} H_0^{(2)}(\omega r) \quad (46)$$

ここに, $H_0^{(2)}(\cdot)$: 0次第2種 Hankel 関数

r : 領域 Ω 内の任意の点と境界 Γ 上の積分点との距離

i : 虚数単位 ($i^2 = -1$)

すなわち, 入力地震波の振動数 (f [Hz] $= \omega/2\pi$) の影響が新たに出現することになる. そこで, 次に示すようなフーリエ変換の考え方に基づくステップを踏んで, こうした状況に対応することが考えられる.

- 入力地震波をフーリエ変換し, 振動数 (f_i) 毎のフーリエスペクトル値 (FS_i) を求める.
- 式(39)~(44)の境界条件下で, 式(45)で表される微分方程式を解くことにより, 入力地震波が f_i なる振動数の調和振動と仮定した時の応答動水圧 (p_{di}) を算定する.
- ステップ a) で求めた FS_i の比率に応じて, 各 p_{di} を線形結合する.

4. 解析結果とその考察

4-1 解析対象領域と結果の評価方法

入力加速度振幅 a_0 は重力加速度 $9.8\text{m/s}^2 (=1g)$ に等しく, 算定された動水圧 p_d は, 堤底に発生する最大静水圧 p_s に対する百分比 (以下これを正規化動水圧と呼ぶ) を用いて評価するものとする.

Fig. 4. に示すように直交座標系 $x-y$ を定め, 貯水池水深を H , 仮想的な貯水池長を L , 貯水池底勾配を θ_b , 地震動による系の振動方向を θ_a , および地震動の加速度振幅を a_0 とする. 貯留水の単位体積質量を ρ_w とすれば, 上述の最大静水圧は $p_s = \rho_w \cdot g \cdot H$, 全静水圧は $P_s = \rho_w \cdot g \cdot H^2/2$ として表現できることになる. 本報では, 堤体にフィレットを付したケースの解析結果は示していないが, 前章に示すとおり, 本数値解法によれば, いかなる堤体上流面形状にも対応できるため, 同図中のフィレット取付け高 H_f やフィレット勾配 θ_f を任意に変化させることも容易に可能である.

動水圧 p_d , 動水圧勾配 q_d および領域の幾何学的形状が各線分要素上で線形変化するものと考え, 1次要素を用いて離散化した. 要素分割の一例 ($L/H=3.0$, $H_f/H=0.5$, $\theta_f=60^\circ$, $\theta_b=10^\circ$ のケース) を Fig. 5. に示す. このように, 堤体上流面上で細分割するとともに, 自由水面と貯水池底面の内の堤体上流面に近い部分を他の部分に比して細分割した理由は, 以下のとおりである.

すなわち、一つは、所望の動水圧値が堤体上流面上での値であること。もう一つは境界要素法の特徴、つまり、前述したとおり、考えている要素に及ぼす他の要素からの影響の度合いが、両者間の距離の逆数に比例している点を勘案したためである。

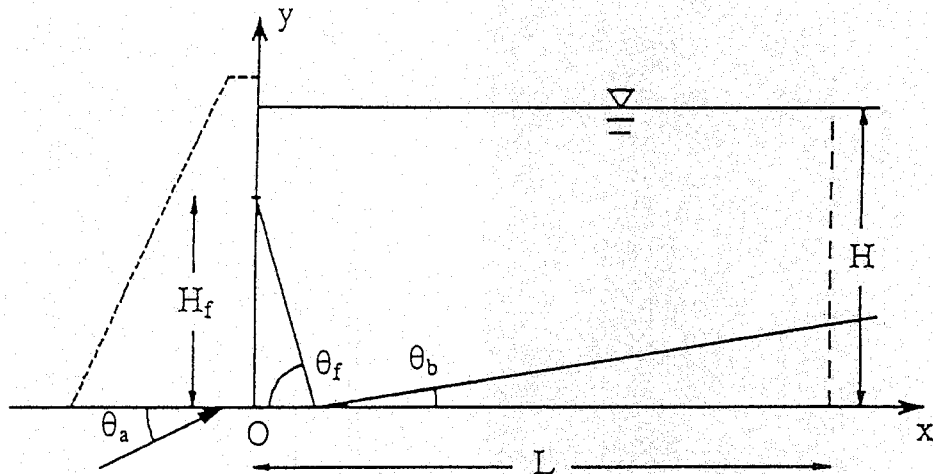


Fig. 4. Coordinate system for 2-dimensional analysis.

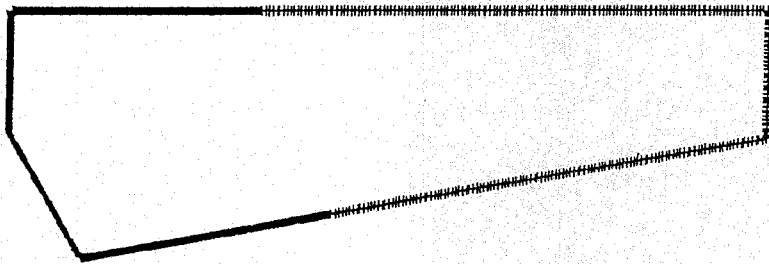


Fig. 5. Example of boundary element discretization for 2-dimensional analysis.

4-2 古典解と数値解析解との比較

本数値解析法の妥当性を検証する目的で、現行の設計基準に用いられている古典解との比較を試みる。縦軸に観測点の正規化水深を、横軸に正規化動水圧をとり、堤体上流面の一様勾配 (θ_f) をパラメタとして、境界要素解析解と ZANGAR 解⁵⁾ (●) とをプロットした (Fig. 6)。ただし、前述の仮定に従えば、入力値である加速度振幅と出力値である応答動水圧値とは線形関係にあることになるので、式 (3) に示す ZANGAR 解中の水平震度 $k (= a_0/g)$ を 1.0 と設定し、両解を比較している。また、当然のことながら、貯留水の圧縮性を無視するなど、古典解導出のために設けられた仮定と同一条件下で数値解析を行っている。さらに、仮想上流端の設定位置 ($x_{\max} = L$) については、既報⁹⁾の結果に従い、 $L/H = 300 [\%]$ とした。

その結果、上流面勾配 θ_f に拘らず総じて良好な一致を見ることができた。これにより、動水圧問題に本数値解析法を適用することの妥当性が確認できたと判断する。

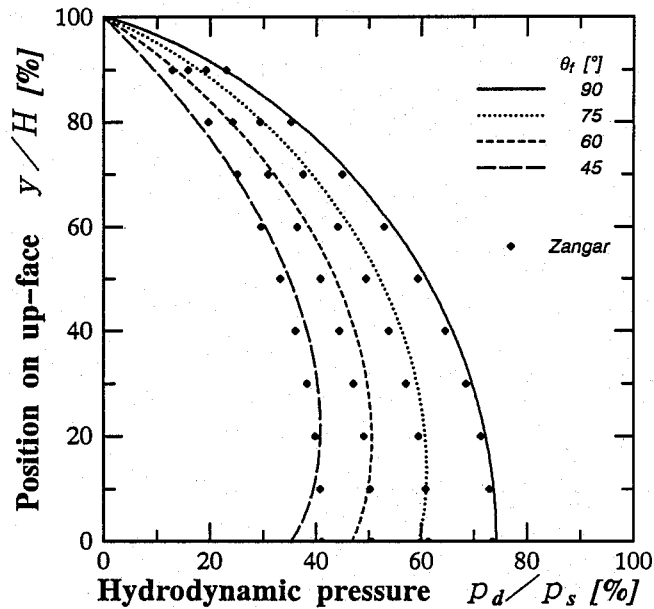


Fig. 6. Comparison of hydrodynamic pressure between by B.E.M. and by ZANGAR.

4-3 不規則地動の場合

3-2-4 に述べた解析方針に従い、調和振動の場合の解析結果を重ね合わせることで不規則地動の場合に対応することとする。以下では、具体的に不規則振動の一例を揚げ、結果を示してゆく。ここに、別途行った小型水槽を振動させる簡易室内実験から得られた振動データを数値解析のための入力地動として採用するが、その加速度の時刻歴波形を Fig. 7 に、さらに、それをフーリエ変換した結果を Fig. 8 に示す。ただし、後者は、縦軸に最大フーリエスペクトル値で正規化した値をとって示している。

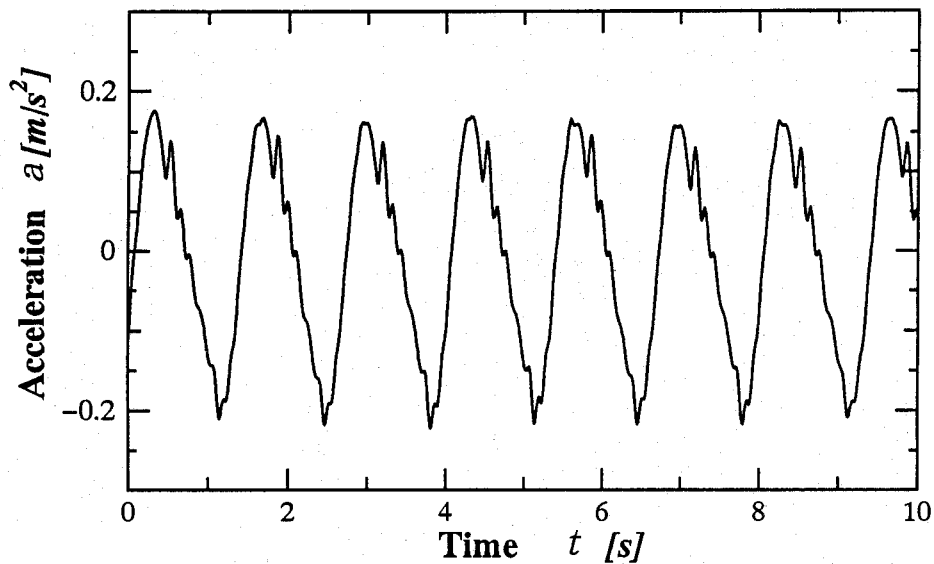


Fig. 7. Example of input acceleration.

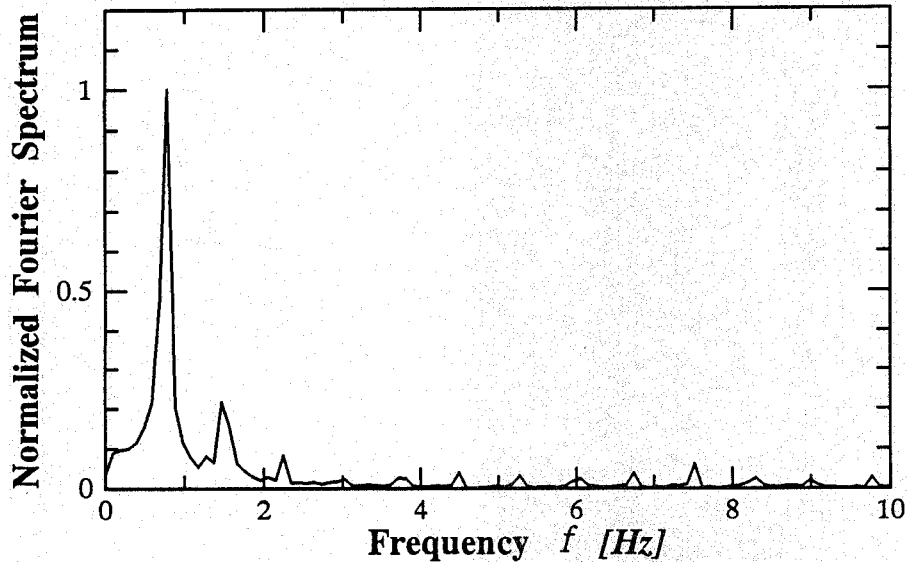
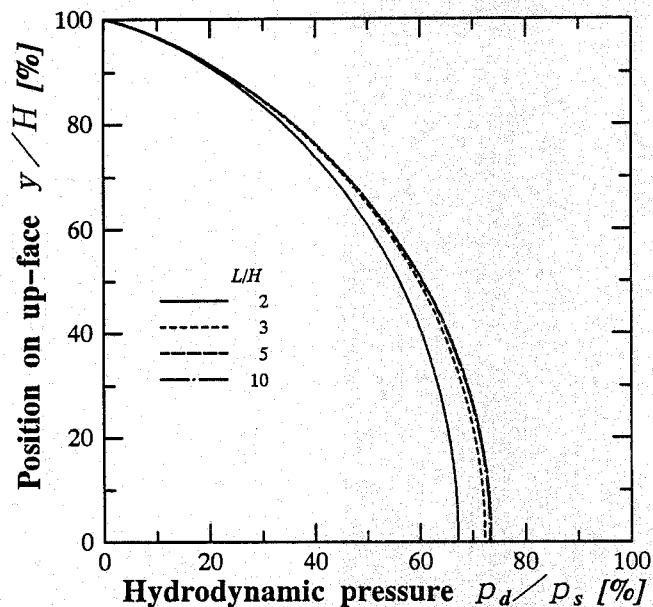
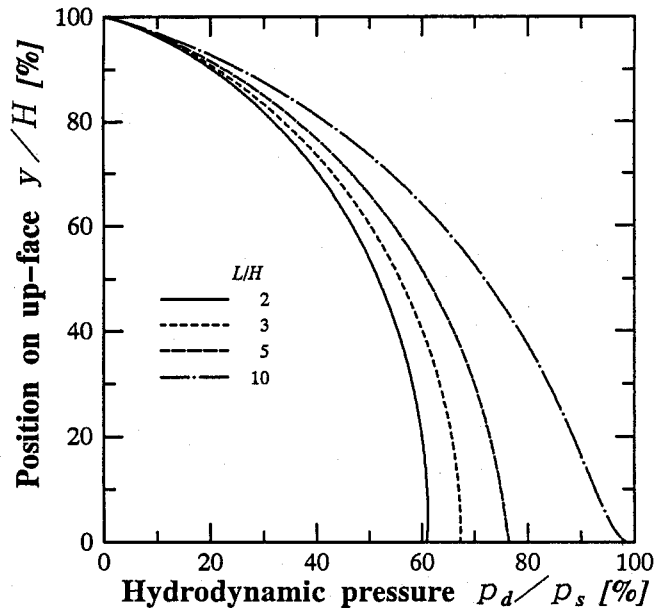


Fig. 8. Fourier spectrum of acceleration for Fig. 8.

一方、こうした入力地動の特性とは別に、予め任意の振動数で調和振動する場合の動水圧を算定しておく。このとき想定する振動数とは、次のようなものである。すなわち、全サンプリング時間を基本周期と仮定し、その逆数である基本振動数の自然数倍の振動数である。つまり、上述の実験データを用いる場合には、全サンプリング時間が $t=10.24$ [s] ($=0.01$ [s] $\times 2^{10}$) であるため、基本振動数は $f_0=0.09765625$ [Hz] となる。

そこで、一例として、 $f_1=f_0 \times 1=0.09765625$ [Hz] と、 $f_{10}=f_0 \times 10=0.9765625$ [Hz] の時の

Fig. 9(a). Hydrodynamic pressure on up-face. ($f_1=0.09765625$ [Hz])

Fig. 9(b). Hydrodynamic pressure on up-face. ($f_{10} = 0.9765625$ [Hz])

堤体上流面上の動水圧分布の様子を Fig. 9(a), (b). に示す。ただし、いま、貯水池の模型として水槽を用いているため、対岸までの距離は有限長と考える必要がある。つまり、貯水池上流端では圧力勾配がもはやゼロとはならず、3-2-3 に示した境界条件式(44)は、他の面と類似の形式で表される右辺値に改めねばならない点に注意を要する。

さて、Fig. 8. に示したフーリエスペクトル値を、各振動数成分の含有率で整理すると、Table 1. のようになる。つまり、各振動数で調和振動すると仮定したときの動水圧値（そのうちの2ケースの例が Fig. 9. である）をこのような含有率に応じて線形結合すれば、不規則波を入力地動とした場合にも対応できることになる。

Table 1. Frequency content distribution of a sample wave in Fig. 7.

normalized frequency f/f_0	content r [%]	normalized frequency f/f_0	content r [%]	normalized frequency f/f_0	content r [%]
1	2.27	1 1	2.00	2 1	0.00
2	2.48	1 2	1.37	2 2	0.00
3	2.56	1 3	2.04	2 3	2.12
4	2.93	1 4	1.68	2 4	0.00
5	3.89	1 5	5.51	2 5	0.00
6	5.48	1 6	3.92	2 6	0.00
7	12.22	1 7	15.99	2 7	0.00
8	25.40	1 8	0.00	2 8	0.00
9	5.23	1 9	0.00	2 9	0.00
1 0	2.91	2 0	0.00	3 0	0.00

※ $f_0 = 1/10.24 = 0.09765625$ [Hz]

5. おわりに

貯留水の圧縮性を無視することなく、数値解析により地震時動水圧を算定する手法を検討した。すなわち、水の圧縮性を考慮することにより、入力地動の振動数特性を解析に取込むことが可能となり、ひいては動水圧の時間的变化を見ることができるようになるが、とくにダム-貯水池系が調和振動ではない一般的な地動を受ける場合の境界要素解析上の取扱方法を提案した。

入力波として用いた水槽による室内振動実験の加速度データは、その装置の機構上、1次の卓越振動があまりに支配的であったため、非調和型の入力振動に対する当研究の特徴を十分に生かす事例とはなり得なかった。しかし、ここに示した手法は、入力波の如何にかかわらず採用できるものである。また、調和波を入力した場合と同様、共振現象が地震時動水圧に与える影響など、さらなる検討が期待される。

<参考文献>

- 1) 松田誠祐・大年邦雄・松本伸介・篠和夫：兵庫県南部地震による淡路島の被害状況調査，高知大学学研報（自然科学系列），44，91-110(1995)。
- 2) 松田誠祐・篠和夫・大年邦雄・松本伸介：兵庫県南部地震 淡路島における震災調査報告，101pp. (1996)。
- 3) WESTERGAARD, H. M.: Water pressures on dams during earthquakes, Trans. of ASCE, 98, 418-433(1933)。
- 4) 畑野正：重力堰堤に作用する地震力の影響（其の2），土木論集（臨増），174-183(1949)。
- 5) ZANGAR, C. N.: Hydrodynamic pressures on dams due to horizontal earthquakes, Proc. of Soc. Experimental stress analysis, 10, 93-102(1953)。
- 6) CHOPRA A. K. and GUPTA, S.: Hydrodynamic and foundation interaction effects in frequency response function for concrete gravity dams, EESD., 10, (1), 89-106(1982)。等
- 7) 塩尻弘雄：ダムと貯水池の地震時相互作用，電力土木，195，77-87(1985)。等
- 8) 松本伸介・長谷川高士・浅井喜代治：境界要素法による重力式コンクリートダムの地震時動水圧の算定－3次元効果の検討－，農土論集，No.155，101-107(1991)。
- 9) 松本伸介・長谷川高士・篠和夫：重力式コンクリートダムに作用する地震時動水圧の2次元解析－貯水池形状と振動方向の影響－，農土論集，No.181，115-121(1996)。
- 10) 農水省構造改善局：土地改良事業計画設計基準 設計 ダム，110(1981)。
- 11) BREBBIA, C. A.: "The Boundary Element Method for Engineers", 46-58, Pentech Press, New York (1978)。
- 12) 日野幹雄：流体力学，28-56，朝倉書店，東京(1992)。

平成8年(1996)9月30日受理

平成8年(1996)12月25日発行