

## 奇数核の回転運動の微視的記述 (素粒子奨学会奨学生論文)

岩崎正春\* (京大理)

Gross-山村によって開発された遷移演算子間に成立する和則が奇数核の回転運動の微視的記述に適用される。簡単な陽子系は単一  $j_p$  殻に中性子系は単一  $j_n$  殻に制限し互に四重極相互作用していると仮定される。もし E2 能率及び遷移がボーア模型の関係を満たせば回転準位が出現することが示される。特に得られた M1 行列要素の偶々核との相違点が論じられる。

### § 1 まえがき

良く知られている様に重い原子核の回転運動はボーアの模型<sup>1)</sup>によって十分な精密さで記述される。ボーア模型のもつ基本的描像は次の様なものであろう。偶数個の核子系の場合原子核は強い四重極変形を恒久的に有しており、その変形が空間的に位置を変えるものとして回転を記述する。その際あらわれる運動を特徴付ける量、例えば回転の慣性能率等は実験値から決られるいわゆる集団パラメータとして処理する。従ってこの模型は個々の核子の運動とかそれらの間の相互作用が慣性能率を始めとする種々の量をいかに規定するかといった疑問に何ら答えていない。この事情は奇数個の核子系に於てもそのまま保持されている。ここでは系は偶数系を表現した芯の自由度といわゆる一粒子自由度によって構成されているとあらかじめ仮定している。そしてもし芯と一粒子が断熱的に運動しているならば奇数核の回転運動が実現される。奇数系の場合にも偶数系の場合に指摘された疑問があるのは勿論だが次の様な新しいあいまいさを生じている。芯の自由度とか一粒子自由度なるものは本来の多核子系の自由度といかに結びついているのか。またたとえ通常とられている様に芯は隣りの偶数系の自由度に一粒子はそれに付け加えられる最後の核子の自由度に対応づけたところで、それらの間のパウリ効果は全く無視されている。

その大きな成功にもかかわらず内面に種々な不明瞭さをもつボーア模型を微視的観点

---

\* 1974年度研究場所：阪大基礎工

からよりよく理解しようという試みも当然かなり以前から考えられて来た。通常良く用いられるのは変形ポテンシャル模型であろう。先ず最初にハミルトニアンを変形一体場で近似して(ニルソン模型)<sup>2)</sup>、次に変形場の回転不変性を回復する為外部からまわしたり(クランキング模型)<sup>3)</sup>、角運動量の良い状態へ射影する(生成座標の方法)<sup>4)</sup>。変形場の一粒子状態のエネルギーの低い方から順につめて行くと最後の奇数番目の核子が閉殻の上の一つ残るからこれをボア模型でいうところの一粒子自由度に対応づけるのも可能であろう。しかしボア模型に於る $\beta$ 帯や $\gamma$ 帯に象徴される如く、変形場の内部状態は強い集団運動的相関を持っていると考えた方がより自然である。この相関を考慮すると粒子分布はフェルミ準位を境にしてなだらかな曲線をもつ様になり前述の単純な描像は崩れるにちがいない。この様にボア模型の一粒子自由度の概念を多体問題的に理解するには必然的にフェルミ準位という概念に導く“free vacuum”を用いる理論は不適當である様に思われる。

最近“free vacuum”を用いない多体論が Gross と山村によって開発され、偶数核の場合には同種粒子単一軌道模型(Gross・山村<sup>5)</sup>)、陽子中性子系の単一軌道模型(山村<sup>6)</sup>)及び多軌道模型(西山・山村<sup>7)</sup>)へそれぞれ適用されて大きな成功を収めた。ここではこれらの理論の要点を単一軌道をもった陽子中性子偶々核模型の言葉を借りて簡単にまとめておく。我々は次の三つの基本的仮定から出発する。1) 基底状態から始まる角運動量が0, 2, 4, …の値をとる帯が存在しこの帯は他の励起状態といかなる結合もしない。2) 系は強く四重極変形し、3) 陽子系の四重極変形の主軸と中性子系のそれとは一致している。これらの条件の下で四重極モードに対する運動方程式を作ると回転運動を記述する遷移演算子の行列要素に関する和則を得る(力学的和則)。一方それらの遷移演算子の間に運動学的に常に成立すべきある関係を新たに導入することによりそれらの行列要素に関する和則を作ることが出来る(運動学的和則)。二種類の和則を直接代数的に解いていくことにより次の結論を得る。E2能率・遷移の行列要素がボア模型と同じ角運動量関係を満たせばエネルギー準位は回転的になり、同時にE2能率及び遷移やボア模型の集団的 $g$ 因子に相当するものを計算することが出来る。特に同種粒子単一軌道模型では表に現われなかった複雑さ、例えば $g$ 因子等の存在にもかかわらず上記二種の和則だけで理論が展開されたのは大きな収穫であった。

他方Gross-山村の方法は奇数個同種粒子単一軌道模型にも適用された(山村・松崎

及び筆者)。<sup>8), 9)</sup> 偶数系と同様に二つの基本的仮定を採用する。1) 基底状態の角運動量  $I_0$  から始る一連の帯  $I_0, I_0+1, I_0+2, \dots$  を持つ基底帯が存在し、2) この帯は他のすべての励起状態との結合をもたない。この条件の下で四重極モード運動方程式等から得られる力学的和則と演算子間の恒等式より生ずる運動学的和則を解くことにより、もし E 2 能率遷移の行列要素がボア模型と同じ関係を満たせば回転エネルギー準位が生じるといふ偶数系と同様な結果を得た。更に E 2 能率及び遷移と慣性能率は隣りの偶核と同じ値を与え M 3 能率遷移に対する行列要素は偶核の場合と全く異なることがわかった。後者の理由は M 3 能率は集団運動により E 2 能率程大きくならないからいわゆる一粒子自由度によって大きな影響を受けることに依ると解される。また基底状態の角運動量  $I_0$  もこの理論の枠内で決定され変形ハートリー模型と良い一致を示すことは注目に値する。

この様に単純な奇数核に於ても充分な偉力を發揮したが次の二点に対する疑問には答えていない。

- i) ボアの現象論模型でいう芯と一粒子間のコリオリ結合を多体論的に明確にすること。
- ii) M 3 能率・遷移の行列要素と同様 M 1 のそれも一粒子自由度の存在によって偶々核の値と全く異なってくることが予期される。

第一点に関しては基底帯と他の準位との結合を問題にすることになるから当然基本仮定 1) を越えた理論形式を必要とする。一方第二の点に関しては同種粒子単一軌道模型という単純性から M 1 演算子が角運動量演算子に直接比例してしまい理由に依る。従って基本仮定 1), 2) を保持して第二点を解明することは可能である。

本論文の目的は上の第二の点を明らかにしまたより現実的多軌道模型への拡張への第一歩として、陽子中性子がそれぞれの単一軌道をまわっている奇数核の回転運動を微視的に記述することである。理論形式としては同種奇数核の単一軌道模型の論文の二つの基本仮定に第三の仮定を加える。3) 陽子系の四重極変形の主軸と中性子系のそれは一致する。この条件下で同種粒子系の場合と類似な力学的並びに運動学的和則を得ることが出来る。しかし M 1 能率・遷移に対応する新しい自由度が顔を出すのでこの枠内では方程式系は解けない。ここで同種粒子系で基底状態の角運動量  $I_0$  の決定に重要な役割を演じた奇核と隣接偶核とを結ぶ一核子移行の行列要素が利用される。即ち M 1 演算子が

一核子生成演算子との相関を通して理論の上に角運動量演算子と異なった形で現われるからである。結果は予想通り偶々核の M 1 行列要素は一個の核子の添加によって大きく影響されることがわかる。以下の議論に於て便宜上、奇数同種粒子単一軌道模型の論文<sup>8)</sup>を I とし陽子中性子単一軌道模型の論文<sup>6)</sup> II として引用する。

§ 2 ではハミルトニアン<sup>1)</sup>の定義及び我々が採用する基本的仮定が述べられる。§ 3 に移って四重極モードに対する運動方程式と力学的和則が作られ、続いて運動学的に常に成立する和則が与えられる。§ 4 で偶数系で現われない奇数系に特有な量を求める為奇数系と隣接偶々系との結びつきが考察される。以上で得られた和則を § 5 で解き回転運動を表す解を求める。更に M 1 行列要素がポーア模型との対比の中で議論される。最後の § 6 で今後の展望が簡単に触れられる。

## § 2 基本的描像

### I) ハミルトニアン

我々が取扱う系は、陽子中性子が各々  $j_p, j_n$  の単一軌道に  $N_p$  個 (奇数) 及び  $N_n$  個 (偶数) 入って互に四重極相互作用を行なっている  $j-j$  結合殻模型に限定する。従ってハミルトニアンを書き下すと次の様になる。

$$\hat{H} = -\frac{1}{2} \chi \sum_{k, \ell = p, n} \eta_{k, \ell}^{(2)} \sum_M \hat{Q}_{2M}^+(k) \hat{Q}_{2M}(\ell) \quad (2.1)$$

ここで  $\eta_{k, \ell}^{(2)}$  は次の  $2 \times 2$  行列で定義される。

$$\begin{pmatrix} \eta_{pp}^{(2)} & \eta_{pn}^{(2)} \\ \eta_{np}^{(2)} & \eta_{nn}^{(2)} \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} \rho & \sigma \\ \sigma & \rho \end{pmatrix} \quad (\rho > 0)$$

即ち同種粒子間では強さ  $\chi \cdot \rho$  の引力が働いており、異種粒子間での強さは  $\chi \cdot \sigma$  であることを意味する。

更に以下の理論の展開で重要な役割を演ずる次の演算子を定義する。その右へ物理的意味を書いておく。

$$\begin{aligned}
 \hat{N}_{00}(k) &= \sqrt{2j_k+1} \hat{B}_{00}^+(k) && \text{(粒子数)} \\
 \hat{Q}_{2M}(k) &= q_k \hat{B}_{2M}^+(k) && \text{(四重極能率)} \\
 \hat{J}_{1M}(k) &= \sqrt{\frac{j_k(j_k+1)(2j_k+1)}{3}} \hat{B}_{1M}^+(k) && \text{(角運動量)} \\
 \hat{J}_{3M}(k) &= -\sqrt{\frac{7}{8}} \sqrt{\frac{(2j_k-1)(2j_k+3)}{(2j_k-2)(2j_k+4)}} \sqrt{\frac{j_k(j_k+1)(2j_k+1)}{3}} \hat{B}_{3M}^+(k) && \text{(M3能率)}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \hat{N}_{00}(k) \\ \hat{Q}_{2M}(k) \\ \hat{J}_{1M}(k) \end{aligned}} \right\} (2.2)$$

$k$ は陽子中性子を区別し演算子  $\hat{B}_{JM}^+(k)$  は一粒子状態の生成消滅演算子  $C_{m_k}^+, C_{m_k}$  を用いて定義される一体演算子である。

$$\hat{B}_{JM}^+(k) = \sum_{m_k, m'_k} (j_k m_k j_k m'_k | JM) C_{m_k}^+ (-)^{j_k+m'_k} C_{-m'_k}$$

定義式(2.2)に於て、我々の系は陽子数中性子数が各々一定であるから陽子と中性子の混合した演算子は不必要である。

## ii) 基本的仮定

我々の系は角運動量  $I_0, I_0+1, I_0+2, \dots$  (半整数) で特徴づけられるある種の帯構造をもったエネルギー準位をもっているものとしよう。 $I_0$  は基底状態の角運動量とする。そしてこの帯に属する状態を  $|r_0; II_z\rangle$  と書き  $r_0$  でもって基底帯以外の状態と区別する。勿論  $I_z$  は角運動量の  $Z$  成分である。ここで我々の理論の基礎となる第一の仮定を採用しよう。

1) 基底帯のすべての状態はそれ以外のあらゆる状態との間の結合は無視されるとする。

即ちこの仮定から後に明らかになるが我々が関心をもつのは以下で定義される基底帯間の行列要素だけである。

$$\begin{aligned}
 \langle r_0; I | \hat{N}_0(k) | r_0; I \rangle &= N_k \\
 \langle r_0; I | \hat{Q}_k(k) | r_0; I' \rangle &= Q_k(I, I') (I - I_0, 20 | I' - I_0) \\
 \langle r_0; I | \hat{J}_1(k) | r_0; I' \rangle &= J_k^{(1)}(I, I') \{ \delta_{II'} \sqrt{I(I+1)} + X_k^{(1)}(I - I_0, 10 | I' - I_0, I_0) \}
 \end{aligned}
 \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \langle r_0; I | \hat{N}_0(k) | r_0; I \rangle \\ \langle r_0; I | \hat{Q}_k(k) | r_0; I' \rangle \\ \langle r_0; I | \hat{J}_1(k) | r_0; I' \rangle \end{aligned}} \right\}$$

$$\langle r_0; I \parallel \hat{J}_3(k) \parallel r_0; I' \rangle = J_k^{(3)}(I, I') \left\{ \sqrt{I'(I'+1)} \sum_{A=\pm 1} (I'-I_0 1A | I' A - I_0) \right. \\ \left. \times (I-I_0 3A | I' A - I_0) + X_k^{(3)}(I-I_0 30 | I'-I_0 I_0) \right\} \quad (2.3)$$

ボア模型との関連を調べる上では既約行列要素を上のような形にとり、未知量を  $Q_k(I, I')$ ,  $J_k^{(1)}(I, I')$ ,  $J_k^{(3)}(I, I')$  とするのが便利である。  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  は,  $I, I'$  に無関係であり後に決定されるパラメータである。上記の既約行列要素は次の定義による。

$$\langle r_0; \Pi_z | \hat{T}_{JM} | r_0; I' I_z \rangle = \langle r_0; I \parallel \hat{T}_J \parallel r_0; I' \rangle (I' I_z J M | \Pi I_z)$$

ここで  $\Pi$  の偶数系の行列要素との比較を行うと角運動量  $I, I'$  を偶数 ( $0, 2, 4, \dots$ ) のみをとるとすれば  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  を含む項は消えて偶数系の場合になる。この事実は  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  の項がボア模型でいう一粒子自由度から生ずることを示唆している。また特に注目すべきは  $X_k^{(1)}$  の出現である。同種粒子の単一軌道模型 I では  $\hat{B}_{1M}^+$  が直接系の角運動量演算子に比例していた為、また偶数系 II では角運動量が偶数に限られた為いずれの場合にも現われなかった項である。

次に第二, 第三の仮定を設けよう。

2) 系は強く四重極変形している。

3) 陽子系と中性子系の慣性主軸は常に一致している。

3) は陽子中性子系に移ったことから発生する I では現われなかった仮定である。仮定

3) は数学的には  $\hat{Q}_{2M}(p)$  と  $\hat{Q}_{2M}(n)$  が実は独立ではなく互に比例関係で結ばれていることを意味する。

即ち一次結合 (これを V モードとよぶ)

$$\hat{Q}_{2M}(V) \equiv -\beta_n \hat{Q}_{2M}(p) + \beta_p \hat{Q}_{2M}(n) \quad (2.4)$$

$$\beta_n + \beta_p = 1 \quad (2.5)$$

及びその時間微分に相当する  $[\hat{Q}_{2M}(V), \hat{H}]$  の行列要素は  $\beta_p, \beta_n$  が適切に選ばれるならば零でなければならない。

$$\langle r_0; I \parallel \hat{Q}_2(V) \parallel r_0; I' \rangle = 0 \quad (2.6)$$

$$\langle r_0; I \parallel [\hat{Q}_{2M}(V), \hat{H}] \parallel r_0; I' \rangle = 0 \quad (2.7)$$

一方  $\hat{Q}_{2M}(V)$  と一次独立な次の一次結合をとる(これを我々は  $u$  モードとよぶ)。

$$\hat{Q}_{2M}(u) \equiv \alpha_p \hat{Q}_{2M}(p) + \alpha_n \hat{Q}_{2M}(n) \quad (2.8)$$

$$\alpha_p \beta_p + \alpha_n \beta_n = 1 \quad (2.9)$$

$\hat{Q}_{2M}(u)$  の行列要素をとると  $\hat{Q}_{2M}(V)$  の行列要素が零という条件の下で系の全四重極能率  $\hat{Q}_{2M}(p) + \hat{Q}_{2M}(n)$  のそれと等しいことがわかり仮定2)により  $u$  モードの行列要素は極めて大きくなる。以上を簡単な記法でまとめる。

$$\left. \begin{aligned} \hat{Q}_{2M}(r) &\equiv \sum_{k=p,n} \alpha_{rk} \hat{Q}_{2M}(k) & (r = u, v) \\ \hat{Q}_{2M}(k) &\equiv \sum_{r=u,v} \beta_{rk} \hat{Q}_{2M}(r) & (k = p, n) \end{aligned} \right\} (2.10)$$

$$\begin{pmatrix} \alpha_{up} & \alpha_{un} \\ \alpha_{vp} & \alpha_{vn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_p & \alpha_n \\ -\beta_n & \beta_p \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} \beta_{up} & \beta_{un} \\ \beta_{vp} & \beta_{vn} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \beta_p & -\alpha_n \\ \beta_n & \alpha_p \end{pmatrix}$$

## § 3. 運動方程式と力学的及び運動学的和則

## i) 四重極演算子の運動方程式

前節で導入した二種の四重極モード  $Q_{2M}(u)$ ,  $Q_{2M}(v)$  に対する運動方程式を作る。

この式から系のエネルギー準位が得られる。

$$[Q_{2M}(r), H] = -\sqrt{\frac{3}{2}} \chi \sum_{J=1,3} \delta^{(J)} \sum_{s=u,v} \sum_{k=p,n} \zeta_{rsk}^{(J)} \\ \times \sum_{A,K} (2AJK | 2M) [J_K^{(k)}, Q_{2A}(s)]_+ \quad (3.1)$$

但し新しく出た量の定義は次のとおりである。

$$\zeta_{rsk}^{(J)} \equiv C_k r_k^{(J)} \alpha_{rk} \sum_{l=p,n} \beta_{sl} \eta_{kl}^{(2)} \\ C_k \equiv \frac{3q_k^2}{j_k(j_k+1)(2j_k+1)} \\ r_k^{(1)} \equiv 1, \quad r_k^{(3)} \equiv \frac{8(2j_k-2)(2j_k+4)}{7(2j_k-1)(2j_k+3)} \\ \delta^{(1)} \equiv 1, \quad \delta^{(3)} \equiv \sqrt{\frac{7}{2}} \quad (3.2)$$

状態  $|r_0; I I_z\rangle$  と  $|r_0; I' I'\rangle$  とのエネルギー差  $\omega_{I'I}$  は (3, 1) をこの二つの状態ではさむことにより

$$\omega_{I'I} \langle r_0; I | Q_2(r) | r_0; I' \rangle \\ = -\sqrt{\frac{3}{2}} \chi \sum_{lsk} \delta^{(l)} \zeta_{rsk}^{(J)} (-)^l \sqrt{2l+1} \sum_{I''} [(-)^{I''} \sqrt{\frac{5(2I''+1)}{2I+1}} W(I' I 2, I'' 2) \\ \times \langle r_0; I'' | \hat{J}_J^{(k)} | r_0; I'' \rangle \hat{Q}_2(s) | r_0; I' \rangle - (I \text{ と } I' \text{ を交換した項})] \quad (3.3)$$

と表わされる。ここで式(2.3)で定義された未知量が如何なる条件を満たせば基底帯のエネルギー準位が回転的になるかを求めよう。容易に知れる様に未知量  $Q_k(I, I', J_k(I, I'))$ ,  $J_k^{(3)}(I, I')$  がすべて  $I, I'$  に無関係な定数  $Q_k, J_k^{(1)}, J_k^{(3)}$  ならば(3.3)の  $r=u$  とおいた式より丁度回転準位を生ずる。

$$\omega_{I'I} = \frac{1}{2} \chi \sum_k (\zeta_{uuk}^{(1)} J_k^{(1)} - \zeta_{uuk}^{(3)} J_k^{(3)}) [I(I+1) - I'(I'+1)] \quad (3.4)$$



$X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  を含む項は上式の右辺へ何ら寄与しないことを強調しておこう。もし  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  を含む部分がボア模型でいう一粒子自由度に対応しているならば、これらの項が基底帯の回転準位または慣性能率という集団的運動を反映した物理量に寄与しないことは極めて素直に理解される。以上のことから明らかな様に我々の主要な課題は i) いかなる条件下で  $Q_k(I, I')$ ,  $J_k^{(1)}(I, I')$ ,  $J_k^{(3)}(I, I')$  が  $I, I'$  に無関係になるか、またその大きさの決定、ii) 慣性能率の大きさの決定、iii) エネルギー準位には寄与しない  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$ ,  $I_0$  の値の決定である。以後これらの課題解法の為の条件を順を追って与えていく。

## ii) 力学的和則

我々のハミルトニアンは四重極演算子  $\hat{Q}_{2M}(u)$  が他の多重極演算子に比べて少なくとも基底帯では圧倒的に大きいという性質を有すると仮定されて来た。この四重極演算子のもつ特殊性から次に述べる手続きで一連の我々の未知性に関する力学的和則を導くことが出来る。即ち  $\hat{Q}_{2M}(u)$  とある演算子との交換子を計算しその結果を  $\hat{Q}_{2M}(u)$  を含む項と含まない項に分離する。勿論  $\hat{Q}_{2M}(u)$  を含む項に比べ  $\hat{Q}_{2M}(u)$  を含まぬ項は無視される程小さい。ここでもし  $\hat{Q}_{2M}(u)$  を含む項が互に打ち消し合う様に始めの演算子を選んでおけば  $\hat{Q}_{2M}(u)$  とその演算子との交換子は近似的には零とおいて良い。以上が力学的和則を求める方法の骨子である。第一の場合として四重極モードの運動方程式が上の近似の枠内で  $\hat{H}$  と同じ働きをする有効相互作用を導入する。

$$\hat{H}_{\text{eff}} \equiv \frac{1}{2} X \sum_{k, \ell = p, n} \sum_{J=1,3} \eta_{k\ell}^{(J)} \sum_K \hat{J}_{JK}^+(k) \hat{J}_{JK}(\ell)$$

$$\left( \begin{array}{cc} \eta_{pp}^{(J)} & \eta_{pn}^{(J)} \\ \eta_{np}^{(J)} & \eta_{nn}^{(J)} \end{array} \right) \equiv \left( \begin{array}{cc} \rho^{(J)} & \sigma^{(J)} \\ \sigma^{(J)} & \rho^{(J)} \end{array} \right) \quad (3.5)$$

$$\rho^{(J)} \equiv \frac{1}{\alpha_p \beta_p - \alpha_n \beta_n} [C_p r_p^{(J)} \alpha_p^2 \beta_p (\rho \beta_p + \sigma \beta_n) - C_n r_n^{(J)} \alpha_n^2 \beta_n (\rho \beta_n + \sigma \beta_p)]$$

$$\sigma^{(J)} \equiv \frac{1}{\alpha_p \beta_p - \alpha_n \beta_n} [C_n r_n^{(J)} \beta_p (\rho \beta_n + \sigma \beta_p) - C_p r_p^{(J)} \beta_n (\rho \beta_p + \sigma \beta_n)]$$

これから  $\hat{H} - \hat{H}_{\text{eff}}$  を作ると丁度上記力学的和則の一つを与える。

$$\langle r_0; I \| [\hat{Q}_{2M}(u), \hat{H} - \hat{H}_{\text{eff}}] \| r_0; I' \rangle = 0 \quad (3.6)$$

また  $\nu$  モードの運動方程式 (3.3) に  $\nu$  モードが常に無視されるという仮定 3) の条件 (2.6) を加えると

$$\langle r_0; I \| [\hat{Q}_{2M}(\nu), \hat{H}] \| r_0; I' \rangle = 0 \quad (3.7)$$

$\hat{H}_{\text{eff}}$  も当然同じ関係が要求されるから

$$\langle r_0; I \| [\hat{Q}_{2M}(\nu), \hat{H}_{\text{eff}}] \| r_0; I' \rangle = 0 \quad (3.8)$$

次に論文 I に従って第二, 第三の力学的和則を導くことが出来る。

$$\langle r_0; I \| [\hat{Q}_{2M}(u), \hat{F}^{(J)}(k)] \| r_0; I' \rangle = 0 \quad (J = 1, 3, k = p, n) \cdots (3.9)$$

但し  $F^{(J)}(k)$  は次式で与えられるスカラーである。

$$\hat{F}^{(J)}(k) \equiv \sum_M \hat{G}_{JM}^+ (k) \hat{G}_{JM}(k) \quad (3.10)$$

$$\left(1 - \frac{2\hat{B}_{00}^+(k)}{\sqrt{2j_k+1}}\right) \hat{G}_{JM}^+(k) \equiv \sum_{J'=1,3} \sum_{K, A} A_{JJ'}(k) (J'K2A | JM) [\hat{B}_{J'K}^+(k), \hat{B}_{2A}^+(k)]$$

$$\begin{pmatrix} A_{11}(k) \\ A_{13}(k) \end{pmatrix} \equiv \frac{5\sqrt{2}}{3\sqrt{7}(1-2N_k)} \frac{(2j_k-3)(2j_k+5)}{\sqrt{(2j_k-1)(2j_k+3)}} \left[ -12 + \frac{5}{X_k^{(1)}} \frac{(2j_k-3)(2j_k+5)}{(2j_k-2)(2j_k+4)} \right]^{-1} \times \begin{pmatrix} \sqrt{\frac{12}{7}} \\ -\sqrt{\frac{1}{r_k^{(3)}}} \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} A_{31}(k) \\ A_{33}(k) \end{pmatrix} \equiv -\frac{15}{2\sqrt{7 \cdot 8}(1-2N_k)} \frac{(2j_k-3)(2j_k+5)}{\sqrt{(2j_k-2)(2j_k+4)}} X_k^{(3)} \left[ X_k^{(1)} - 15 \cdot \frac{4j_k^2 + 4j_k - 15}{(2j_k-2)(2j_k+4)} \right]^{-1} \times \begin{pmatrix} \sqrt{r_k^{(3)}} \\ \sqrt{\frac{8}{3}} \end{pmatrix}$$

$r_k^{(3)}$  は (3.2) で与えられている定数である。(3.6)(3.9) を中間状態ではさみ仮定 1) を用いると,

$$\langle r_0; I \parallel \hat{H} - \hat{H}_{\text{eff}} \parallel r_0; I \rangle = \langle r_0; I' \parallel \hat{H} - \hat{H}_{\text{eff}} \parallel r_0; I' \rangle \quad (3.11)$$

$$\langle r_0; I \parallel \hat{F}^{(J)}(k) \parallel r_0; I \rangle = \langle r_0; I' \parallel \hat{F}^{(J)}(k) \parallel r_0; I' \rangle \quad (3.12)$$

が得られ、 $\hat{H} - \hat{H}_{\text{eff}}$ ,  $\hat{F}^{(1)}(k)$ ,  $\hat{F}^{(3)}(k)$  は基底帯の中では一定の値をもった量であることを知る。実際これらがボーア模型でいうところの内部エネルギー、内部 M1 及び M3 能率と密接に関連していることは論文 9) に示されている。

以上は同種奇数粒子系 I の場合に使用されてきたものであるが我々の系では第四の力学的和則が存在する。

$$\langle r_0; I \parallel [\hat{Q}_{2M}(u), \hat{K}^{(J)}] \parallel r_0; I' \rangle = 0 \quad (J = 1, 3) \quad (3.13)$$

但しスカラー  $\hat{K}^{(J)}$  は以下で定義される。

$$\begin{aligned} \hat{K}^{(J)} &\equiv \sum_M \hat{j}_{JM}^+ \cdot \hat{j}_{JM} \\ \hat{j}_{JM} &\equiv \sum_{k=p,n} \alpha_{rk} \alpha_k^{-1} \hat{J}_{JM}(k) \end{aligned}$$

(3.13) はまた次の様書き直せる。

$$\langle r_0; I \parallel \hat{K}^{(J)} \parallel r; I \rangle = \langle r_0; I' \parallel \hat{K}^{(J)} \parallel r_0; I' \rangle \quad (3.14)$$

### iii) 運動学的和則

前小節で未知量の間成立する和則を求めたがこれらの式からだけでは未知量は決まらない。この目的の為に論文 5) で開発された演算子  $\hat{B}_{JM}^+(k)$  がハミルトニアンに無関係に成立する次の様な関係を導入する。\*)

$$\hat{B}_{J_1 M_1}^+(k) = \sum_{J_2 J_3} Z_k^{(1)}(J_3 J_2 J_1) \sum_{M_2 M_3} (J_3 M_3 J_2 M_2 | J_1 M_1) \hat{B}_{J_3 M_3}^+(k) \hat{B}_{J_2 M_2}^+(k)$$

\*) 他の多体問題の理論例えば R. P. A. においても運動方程式のみで全ての未知量は決定出来ず必ずハミルトニアンと無関係に成立する条件が使用されている。我々の場合も同様な状況にある。

$$\begin{aligned}
& - \sum_{J_2 J_3} Z_k^{(2)}(J_3 J_2 J_1) \sum_{M_2 M_3} (J_3 M_3 J_2 M_2 | J_1 M_1) \hat{B}_{J_3 M_3}^+(k) \hat{B}_{J_2 M_2}^+(k) \\
& + \sum_{J_2 \sim J_5} Z_k^{(2)}(J_5 J_4 J_3) Z_k^{(1)}(J_3 J_2 J_1) \sum_{M_2 \sim M_5} (J_5 M_5 J_4 M_4 | J_3 M_3) (J_3 M_3 J_2 M_2 | J_1 M_1) \\
& \times [ \hat{B}_{J_5 M_5}^+(k) \hat{B}_{J_4 M_4}^+(k) \hat{B}_{J_2 M_2}^+(k) + \hat{B}_{J_2 M_2}^+(k) \hat{B}_{J_5 M_5}^+(k) \hat{B}_{J_4 M_4}^+(k) ] \quad (3.15)
\end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned}
Z_k^{(1)}(J_3 J_2 J_1) & \equiv \frac{1}{2} (1 + (-)^{J_3 + J_2 + J_1}) \cdot \sqrt{(2J_3 + 1)(2J_2 + 1)} W(j_k j_k J_3 J_2; J_1 J_k) \\
Z_k^{(2)}(J_3 J_2 J_1) & \equiv \frac{1}{2} (1 - (-)^{J_3 + J_2 + J_1}) \cdot \sqrt{(2J_3 + 1)(2J_2 + 1)} \frac{1}{2j_k + 2} \\
& W(j_k j_k J_3 J_2; J_1 j_k)
\end{aligned} \right\}$$

§ 2 の我々の基本的仮定 1) を利用して上式を行列表素の形にすると

$$\begin{aligned}
& \langle \tau_0; I' | \hat{B}_{J_1}^+(k) | \tau_0; I \rangle \\
& = \sum_{I''} \sum_{J_2 J_3} Z_k^{(1)}(J_3 J_2 J_1) \sqrt{(2I'' + 1)(2J_1 + 1)} W(J_3 J_2 I' I; J_1 I'') \\
& \quad \langle \tau_0; I' | \hat{B}_{J_3}^+(k) | \tau_0; I'' \rangle \langle \tau_0; I'' | \hat{B}_{J_2}^+(k) | \tau_0; I \rangle \\
& + \sum_{I''} \sum_{J_2 J_3} Z_k^{(2)}(J_3 J_2 J_1) \sqrt{(2I'' + 1)(2J_1 + 1)} W(J_3 J_2 I' I; J_1 I'') \\
& \quad \langle \tau_0; I' | \hat{B}_{J_3}^+(k) | \tau_0; I'' \rangle \langle \tau_0; I'' | \hat{B}_{J_2}^+(k) | \tau_0; I \rangle \\
& - \sum_{I''} \sum_{J_2 \sim J_5} Z_k^{(2)}(J_5 J_4 J_3) \sqrt{(2I'' + 1)(2J_3 + 1)} W(J_5 J_4 I' I''; J_3 I'') \\
& \quad Z_k^{(1)}(J_3 J_2 J_1) \sqrt{(2I'' + 1)(2J_1 + 1)} \\
& \quad \times W(J_3 J_2 I' I; J_1 I'') \langle \tau_0; I' | \hat{B}_{J_5}^+(k) | \tau_0; I'' \rangle \langle \tau_0; I'' | \hat{B}_{J_4}^+(k) | \tau_0; I'' \rangle \\
& \quad \langle \tau_0; I'' | \hat{B}_{J_2}^+(k) | \tau_0; I \rangle \\
& + \sum_{I''} \sum_{J_2 \sim J_5} Z_k^{(2)}(J_5 J_4 J_3) \sqrt{(2I'' + 1)(2J_3 + 1)} W(J_5 J_4 I I''; J_3 I'') \\
& \quad Z_k^{(1)}(J_3 J_2 J_1) \sqrt{(2I'' + 1)(2J_1 + 1)}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \times W(J_3 J_2 I I'; J_1 I') \langle \tau_0; I'' \| \hat{B}_{J_5}^+(k) \| \tau_0; I \rangle \langle \tau_0; I'' \| \hat{B}_{J_4}^+(k) \| \tau_0; I'' \rangle \\ & \langle \tau_0; I' \| \hat{B}_{J_2}^+(k) \| \tau_0; I' \rangle \end{aligned} \quad (3.16)$$

この関係を  $J_1 = 0, 2, 1$  の場合にそれぞれ適用する。もし  $\hat{B}_{3M}^+$  より高次の多重極演算子の行列要素を問題にするならば  $J_1 > 3$  の場合も必要になるが今我々は  $\hat{B}_{3M}^+(k)$  までに興味がある為高次のものは必要としない。(3.16) で  $J_1 = 0, 2, 1$  を代入すると次の関係が我々の基本的仮定の下で得られる。

$$N_k(1-N_k) = \frac{1}{2j_k+1} \sum_I \langle \tau_0; I \| \hat{B}_2^+(k) \| \tau_0; I \rangle^2 \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} (1-2N_k) \langle \tau_0; I' \| \hat{B}_2^+(k) \| \tau_0; I \rangle &= Z_k^{(1)}(222) \sum_{I''} \sqrt{5(2I''+1)} W(22I'I; 2I'') \\ &\times \langle \tau_0; I' \| \hat{B}_2^+(k) \| \tau_0; I'' \rangle \langle \tau_0; I'' \| \hat{B}_2^+(k) \| \tau_0; I \rangle \end{aligned} \quad (3.18)$$

$$\begin{aligned} (1-2N_k) \langle \tau_0; I' \| \hat{B}_1^+(k) \| \tau_0; I \rangle &= \sum_{J=1,3} Z_k^{(1)}(2J1) \sum_{I''} \sqrt{3(2I''+1)} \\ & [W(2JI'I; 1I'') \times \langle \tau_0; I' \| \hat{B}_2^+(k) \| \tau_0; I'' \rangle \langle \tau_0; I'' \| \hat{B}_J^+(k) \| \tau_0; I \rangle \\ & + W(J2I'I; 1I'') \langle \tau_0; I' \| \hat{B}_J^+(k) \| \tau_0; I'' \rangle \times \langle \tau_0; I'' \| \hat{B}_2^+(k) \| \tau_0; I \rangle] \\ & + \langle \tau_0; I' \| \hat{Z}_1^+(k) \| \tau_0; I \rangle \end{aligned} \quad (3.19)$$

(3.19) の  $\hat{Z}_{1M}^+(k)$  の項は和則(3.16)の三次の積の項であるが、§3 i) 示唆された回転状態の解  $Q_k(I, I')$  が  $I, I'$  に依存しない条件の下では零になる。

最後に  $\hat{J}_{1M}(p), \hat{J}_{1M}(n)$  は陽子系, 中性子系の角運動量であり全角運動量は運動の恒数であることから

$$\sum_{k=p,n} \langle \tau_0; I \| \hat{J}_1(k) \| \tau_0; I' \rangle = \delta_{II'} \sqrt{I(I+1)} \quad (3.20)$$

が成立することに注意しておく。

#### § 4. 隣接偶々核との結びつき

前節の ii) iii) で展開した力学並びに運動学的和則の範囲内では §3 i) の最後で我々

が設定した課題の第一と第二番目は解決されるが第三番目は後で示される様に求まらない。第三の課題は  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$ ,  $I_0$  の値を求めることであつた。そこでこの § ではこの課題の解決に費そう。先ず我々の興味ある演算子の行列要素の式 ( 2.3 ) に注目すると次のことに気づく。 $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  を含む項は偶々核では現われなかつた項であり  $I_0$  の値も偶々核では零であつた。この事実は前節では求まらなかつた量はすべて何かポーア模型でいう一粒子自由度に関連している量であるという推測に導く。I に依れば同種粒子系の  $I_0$  を求める場合、隣接偶々核と今考えている奇核との行列要素を問題にした。何故ならば変形ハートリー模型での  $I_0$  は隣接偶々核の決定するフェルミ準位の上の一粒子状態のもつ角運動量の対称軸への射影という意味を持ち従つて隣接偶々核の知識と強く結びついているからである。この  $I_0$  を決定する論理が更に  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  をも決定することを以下で示す。

#### i) 力学的結びつき

隣接偶々核の基底帯を  $|r_e; LL_2\rangle$  ( $L=0, 2, 4, \dots$ ) とすると<sup>6)</sup>、これと奇核とを結ぶ行列要素は一般に次の様にかかる ( 陽子系が奇数 )。

$$\langle r_0; I \| C_{m_p}^+ \| r_e; L \rangle \equiv (-)^{j_p \cdot I_0} \sqrt{2} C_{j_p} (r_0 r_e; IL) (I - I_0 j_p I_0 | L 0) \quad (4.1)$$

ここで  $C_{m_p}^+$  と  $\hat{H} - \hat{H}_{\text{eff}}$  との交換子を計算する。即ち  $\hat{B}_{JM}^+$  演算子がつもっている一粒子自由度的側面を摘出する。

$$\begin{aligned} \langle r_0; I \| [ C_{m_p}^+, \hat{H} - \hat{H}_{\text{eff}} ] \| r_e; L \rangle &= -\frac{1}{2} \chi \sum_{k=p,n} \eta_{pk}^{(2)} \sum_{m'_p k} q_p (j_p m'_p j_p - m_p | 2-K) \\ &\times (-)^{j_p - m'_p} \langle r_0; I \| [ C_{m'_p}^+, \hat{Q}_{2K}(k) ]_+ \| r_e; L \rangle \end{aligned} \quad (4.2)$$

但し右辺では仮定 2) を用いた。同様に仮定 2) を用いて ( 3.13 ) で定義された  $\hat{K}^{(J)}$  に対しても交換子をとると以下の式になる。

$$\begin{aligned} \langle r_0; I \| [ C_{m_p}^+, \hat{K}^{(J)} ] \| r_e; L \rangle \\ = -\epsilon_k^{(J)} \sum_{M m'_p} \alpha_{\nu p} \alpha_p^{-1} (j_p m'_p j_p - m_p | 1M) (-)^{j_p - m'_p} \langle r_0; I \| [ \hat{I}_{1-M}, C_{m'_p}^+ ]_+ \| r_e; L \rangle \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\left. \begin{aligned} \epsilon_k^{(1)} &\equiv \sqrt{\frac{j_k(j_k+1)(2j_k+1)}{3}} \\ \epsilon_k^{(3)} &\equiv -\sqrt{\frac{7}{8}} \sqrt{\frac{(2j_k-1)(2j_k+3)}{(2j_k-2)(2j_k+4)}} \sqrt{\frac{j_k(j_k+1)(2j_k+1)}{3}} \end{aligned} \right\}$$

## ii) 運動学的結びつき

次に  $I_0$  を決定する条件を得る為  $I$  と類似な, ハミルトニアンと無関係に常に成立する運動学的関係を導入する。

$$\begin{aligned} C_{m_k}^+ &= \sum_J \sqrt{\frac{2J+1}{2j_k+1}} \sum_{Mm'_k} (j_k m'_k J M | j_k m_k) \\ &\times \left[ \left[ 1 - \frac{\hat{B}_{00}^+(k)}{\sqrt{2j_k+1}}, C_{m'_n}^+ \hat{B}_{JM}^+(k) \right]_+, \left[ \frac{\hat{B}_{00}^+(k)}{\sqrt{2j_k+1}}, \hat{B}_{JM}^+(k) C_{m'_k}^+ \right]_+ \right]_+ \end{aligned} \quad (4.4)$$

更に仮定 2) を用いて (4.4) の行列要素の  $J \approx 2, 0$  の項を無視すると

$$\begin{aligned} &(1 - N_k(r_0) - N_k(r_e))(1 - N_k(r_e) + N_k(r_0)) \langle r_0; I \| C_{m_k}^+ \| r_e; L \rangle \\ &= 2 \left( 1 - \frac{N_k(r_0) + N_k(r_e)}{2} \right) \sum_{L'} (-)^{L'+j_k-1} \sqrt{5(2L'+1)} W(j_k j_k L' L; 2I) \\ &\times \langle r_e; L' \| \hat{B}_2^+(k) \| r_e; L \rangle \langle r_0; I \| C_{m_k}^+ \| r_e; L' \rangle \\ &+ 2 \left( \frac{N_k(r_0) + N_k(r_e)}{2} \right) \sum_{I'} (-)^{I'+j_k-L} \sqrt{5(2I'+1)} W(j_k j_k I' I; 2L) \\ &\times \langle r_0; I \| \hat{B}_2^+(k) \| r_0; I' \rangle \langle r_0; I' \| C_{m_k}^+ \| r_e; L \rangle \end{aligned} \quad (4.5)$$

を得る。

## § 5. 回転状態の導出

我々は今や § 3. § 4. で得た和則を代数的に完全に解いて我々の興味ある物理量を計計することが出来る。§ 3 i) の最後の課題で述べた順序に従って解を求めていこう。

## i) 四重極行列要素の決定

( 3.17 ) と ( 3.18 ) は未知量  $Q_k(I, I')$  のみで表現されているから直ちに解ける。即ち  $I$  と  $I'$  に関する漸化式と見做して基底状態  $I_0$  から順次より高い励起状態に関する行列要素を求めてゆくのである。詳細は  $I$  にゆずって結果のみを書いておく。

$$Q_k(I, I') = \pm \frac{7}{2} q_k \sqrt{\frac{2j_k \cdot (2j_k+1)(2j_k+2)(2j_k-1)(2j_k+3)}{49 \cdot 2j_k \cdot (2j_k+2)(2j_k-1)(2j_k+3) + 5(2j_k+3)^2(2j_k+5)^2}}$$

$$\equiv Q_k \quad (5.1)$$

但しこの解は次の粒子数の場合にのみ保証される。

$$N_k = \frac{1}{2} \left[ 1 \mp \frac{\sqrt{5} (2j_k-3)(2j_k+5)}{\sqrt{49 \cdot 2j_k (2j_k+2)(2j_k-1)(2j_k+3) + 5(2j_k-3)^2(2j_k+5)^2}} \right]$$

$$\times (2j_k+1) \rightarrow \begin{cases} 0.348(2j_k-1) \\ 0.652(2j_k+1) \end{cases} \quad (j_k \rightarrow \infty) \quad (5.2)$$

$\beta_k$  については ( 2.5 ) ( 2.6 ) から直ちに求まる。

$$\beta_p = Q_p / \sum_k Q_k, \quad \beta_n = Q_n / \sum_k Q_k \quad (5.3)$$

$1/2j_k+1$  程度の量を見捨てるとその小節で得た値は偶々核の値と一致していることに注意しておく。

## ii) エネルギー準位の決定

始めに  $J_k^{(1)}(I, I')$ ,  $J_k^{(3)}(I, I')$  を求めよう。力学的和則 ( 3.11 ) ( 3.12 ) ( 3.14 ) 及び運動学的和則 ( 3.19 ) から初条件  $J_k^{(1)}(I_0, I_0) = \alpha_k \beta_k$  を利用して解くと、

$$J_k^{(1)}(I, I') = -J_k^{(3)}(I, I') = \alpha_k \beta_k \quad (5.4)$$

となり予想通り  $I, I'$  に依存しない結果を得る。但しこのとき ( 3.19 ) は更に  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$  が次の関係で結ばれるべきことを要求する。



$$X_k^{(3)} = \sqrt{\frac{2}{3}} X_k^{(1)} + \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{4j_k^2 + 4j_k + \frac{1}{3}}{(2j_k - 2)(2j_k + 4)} \quad (5.5)$$

従ってエネルギー準位は (3.4) から

$$\begin{aligned} \omega_{I I'} &= \frac{1}{2\mathcal{J}} [I(I+1) - I'(I'+1)] \\ \mathcal{J} &\equiv \mathcal{J}_p + \mathcal{J}_n \\ \mathcal{J}_p &\equiv \frac{Q_p}{\rho Q_p + \sigma Q_n} \frac{1}{\chi d_p}, \quad \mathcal{J}_n \equiv \frac{Q_n}{\rho Q_n + \sigma Q_p} \frac{1}{\chi d_n} \\ d_k &\equiv C_k(r_k^{(1)} + r_k^{(3)}) \end{aligned} \quad (5.6)$$

となり回転的となる。但し  $\mathcal{J}$  の計算には以下で述べる  $\alpha_k$  の値を利用した。vモードの運動方程式 (3.7) (3.8) 及び (2.9) から次の値を得る。

$$\begin{aligned} \alpha_p &= \frac{d_n(\rho\beta_n + \sigma\beta_p)}{d_n\beta_p(\rho\beta_n + \sigma\beta_p) + d_p\beta_n(\rho\beta_p + \sigma\beta_n)} \\ d_n &= \frac{d_p(\rho\beta_p + \sigma\beta_n)}{d_n\beta_p(\rho\beta_n + \sigma\beta_p) + d_p\beta_n(\rho\beta_p + \sigma\beta_n)} \end{aligned} \quad (5.7)$$

この小節で得た結果もまた偶々核と同じ値を与えていることを再び強調しておく。

### iii) $X_k^{(1)}$ , $X_k^{(3)}$ 及び $I_0$ の決定

以上 i) ii) の範囲内では隣接偶々核との関連で得た §4 の結果は全然使わなかった。ここでこの結果を用いてまだ決定されずに残された未知量  $X_k^{(1)}$ ,  $X_k^{(3)}$ ,  $I_0$  の決定にとりかかろう。その前に (4.1) で導入された未知量  $C_{j_p}(r_0 r_e; IL)$  は四重極演算子がボーア模型の関係即ち (5.1) をみたせば  $I$ ,  $L$  に無関係になることに注意する。実際 (4.2) へ (5.1) を代入しその漸化式を解けばよい。(詳細は I を参照)

$$C_{j_p}(r_0 r_e; IL) = C_{j_p}(r_0 r_e) \quad (5.8)$$

これを (4.3) へ代入し更に (5.4) を用いると、

$$\alpha_p \beta_p (X_n^{(1)} - X_p^{(1)}) = 1 \quad (5.9)$$

を得る。但しここで  $\alpha_k, \beta_k$  の値が隣接偶々核の値と一致するという i) ii) の結果を用いた。一方角運動量の条件 (4.4) から

$$\alpha_p \beta_p X_p^{(1)} + \alpha_n \beta_n X_n^{(1)} = 0 \quad (5.10)$$

が成立する。(5.9) と (5.10) から

$$X_p^{(1)} = -\frac{\alpha_n \beta_n}{\alpha_p \beta_p}, \quad X_n^{(1)} = 1 \quad (5.11)$$

これを (5.5) へ代入すると  $X_k^{(3)}$  が決まる。

$$\left. \begin{aligned} X_p^{(3)} &= -\sqrt{\frac{2}{3}} \frac{\alpha_n \beta_n}{\alpha_p \beta_p} + \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{4j_p^2 + 4j_p + \frac{11}{3}}{(2j_p - 2)(2j_p + 4)} \\ X_n^{(3)} &= \sqrt{\frac{2}{3}} + \sqrt{\frac{3}{8}} \frac{4j_n^2 + 4j_n + \frac{11}{3}}{(2j_n - 2)(2j_n + 4)} \end{aligned} \right\}$$

最後に I に従って  $I_0$  の値を決定する。(4.5) の和則に (5.8) を代入し  $N_p(r_0) = N_p(r_e)$  の近似より

$$1 - 2N_p(r_0) = 2(j_p I_0 j_p - I_0 | 20) (-)^{j_p - I_0} \frac{Q_p}{q_p}$$

これに  $N_p(r_0)$  と  $Q_k$  の関係式 (5.1) (5.2) を用いると  $I_0$  に関する方程式になり、その解は次式で与えられる。

$$I_0 = \sqrt{\frac{3}{7}} \sqrt{\frac{4j_p^2 + 4j_p - \frac{11}{3}}{(2j_p + 1)^2}} \cdot \frac{2j_p + 1}{2} \rightarrow 0.655 \cdot \frac{2j_p + 1}{2} \quad (j_p \rightarrow \infty)$$

この値は粒子数が (5.2) のとき変形ハートリー模型の対応する値と非常に良い一致を示す。<sup>9)</sup>

## IV) M1 行列要素に関するボーア模型との関連

M1 以外の行列要素に関しては即ち発表した論文<sup>9),10)</sup>でボーア模型との関連は論じられているのでここではこの論文の主要な課題であった M1 行列要素に限ってボーア模型との関連にふれる。ボーア模型の芯の角運動量と  $g$  因子を  $R_M$ ,  $g_k$  また一粒子自由度の角運動量を  $j_M$  ((3.13) の  $j$  とは一応区別する) とすると  $\hat{J}_{1M}(p)$ ,  $\hat{J}_{1M}(n)$  は近似的に次の様に表わされる (奇数陽子系)。

$$\left. \begin{aligned} \hat{J}_{1M}(p) &= g_R \hat{R}_M + j_M = g_R \left\{ \hat{J}_M + \frac{1-g_R}{g_R} j_M \right\} \\ \hat{J}_{1M}(n) &= (1-g_R) \hat{R}_M = (1-g_R) \left\{ \hat{J}_M - j_M \right\} \end{aligned} \right\} \quad (5.12)$$

$\hat{J}_M$  は全角運動量である。ボーア模型の波動関数で行列要素を作ると次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \langle r_0; I \| \hat{J}_1(p) \| r_0; I' \rangle_B &= g_R \left\{ \delta_{II'} \sqrt{I(I+1)} - \frac{1-g_R}{g_R} (I-I_0) 10 | I'-I_0 \rangle I_0 \right\} \\ \langle r_0; I \| \hat{J}_1(n) \| r_0; I' \rangle_B &= (1-g_R) \left\{ \delta_{II'} \sqrt{I(I+1)} + (I-I_0) 10 | I'-I_0 \rangle I_0 \right\} \end{aligned} \right\}$$

一方我々の理論の解は (5.4) (5.11) から得られる。

$$\left. \begin{aligned} \langle r_0; I \| \hat{J}_1(p) \| r_0; I' \rangle &= \alpha_p \beta_p \left\{ \delta_{II'} \sqrt{I(I+1)} - \frac{1-\alpha_p \beta_p}{\alpha_p \beta_p} (I-I_0) 10 | I'-I_0 \rangle I_0 \right\} \\ \langle r_0; I \| \hat{J}_1(n) \| r_0; I' \rangle &= (1-\alpha_p \beta_p) \left\{ \delta_{II'} \sqrt{I(I+1)} + (I-I_0) 10 | I'-I_0 \rangle I_0 \right\} \end{aligned} \right\}$$

この結果はまさしくボーア模型の結果そのものである。従って集団  $g$  因子は我々の理論では次式で与えられることになる。

$$g_R = J_p^{(1)} = \alpha_p \beta_p$$

同時に我々の理論はボーア模型を正しく再現していることが明らかにされた。

## § 6 あとがき

我々は単一粒子軌道をもつ陽子中性子より構成された奇数核の回転運動を回転状態を特徴づける種々の遷移行列に関する和則を用いる方法でボーアの回転模型の多体論的記

述を与えた。この特徴は通常の記述と異なりハミルトニアン<sup>7)</sup>の球対称性を破らない形で理論が展開されていることである。従ってここで採用された考え方は変形が小さいいわゆる遷移領域核への適用に於て十分な力を発揮するであろうことが期待される。ここでは極く近い将来の課題といったものを若干述べてしめくくろう。

まえがきの中で述べた様に課題として二つの方向がある。コリオリ結合の問題はインビーム分光学の研究から新しい段階を向えている様に思える。現象論的分析で極めてコリオリ結合は成功している一方で結合の強さ等に関して現象論模型と実験との矛盾している面も指摘されている。従って微視的理論は従来の現象論模型を多体論から基礎づけるだけにとどまらず現象論では記述し切れない現象をも追求する方法としてその積極的意義をもつ様になる。その意味でここで展開した考えの上に立ってコリオリ結合の多体論的意味を追求することはきわめて興味深く思われる。他の方向としては今まで展開した奇数核の理論をより現実的模型即ち多軌道模型への拡張であろう。これに関しては偶数核の多軌道模型の場合の論文<sup>7)</sup>が大いに参考になるはずである。いずれにせよ基底帯に関する限り回転運動の微視的記述は一段落し新しい段階にさしかかろうとしている様に思われる。

最後にこの研究に於て重要な示唆及び種々な議論をしていただいた山村正俊、松村茂一郎の両氏に感謝いたします。

#### 参 考 文 献

- 1) A. Bohr. Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 26 No. 14  
A. Bohr and B. R. Mottelson, Mat. Fys. Medd. Dan. Vid. Selsk. 27 No. 16
- 2) S. G. Nilsson, Mat. Fys. Medd. Dan Vid. Selsk. 29 No. 16
- 3) D. Inglis, Phys. Rev. 96 1059
- 4) R. E. Peierls and J. Yoccoz, Proc. Phys. Soc. A70 381
- 5) D. H. E. Gross and M. Yamamura, Nucl. Phys. A140 625
- 6) M. Yamamura, Prog. Theor. Phys. 46 148
- 7) S. Nishiyama and M. Yamamura, Prog. Theor. Phys. 47 134
- 8) M. Matsuzaki, M. Iwasaki and M. Yamamura, Prog. Theor. Phys. 48 2252
- 9) M. Iwasaki, M. Matsuzaki and M. Yamamura, Prog. Theor. Phys. に掲載決定
- 10) M. Yamamura and S. Nishiyama, Prog. Theor. Phys. 47 892