

クォーク物質のカラー超伝導と熱力学的性質

広大理 山口圭治 宮村 修
高知大理 岩崎正春

§1. はじめに

高温高圧下のハドロン物質は、その構成要素であるクォークとグルオンのプラズマ状態 (QGP) になることが期待されている。即ちそのような環境のもとではハドロン物質はQCDの特徴である閉じ込め状態から非閉じ込め状態へ相転移する。しかしながらフェルミガスは高圧のまま温度を低くするとクォーク間引力のためペアリングを起こし、カラー超伝導と呼ばれる超伝導状態に相転移することが指摘されている。この小論では熱場の理論を用いてカラー超伝導状態を定式化するとともに次の二つの問題について簡単に報告する。

1. 平均対場の揺らぎの効果。通常のBCS理論は平均対場はC-数としているがクォーク間の対相関は強いのでその量子揺らぎも無視できない。
2. カラー超伝導状態の熱力学的性質。特に相転移に伴う比熱の振る舞いの特徴を明らかにするとともに、カラー超伝導状態のシグナルを探る。

§2. 有効作用

クォーク多体系のラグランジアンとして次の4体フェルミ相互作用をとる。

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma \cdot \partial + \mu\gamma^0)\psi + \frac{g}{4}(\bar{\psi}\gamma^\mu\lambda^a\psi)(\bar{\psi}\gamma_\mu\lambda^a\psi) \quad (1)$$

ここで μ は化学ポテンシャルを、 λ^a はSU(3)カラー行列を表す。相互作用項をフィルツ変換して最も引力の強い項のみを残すと $T^2 = \lambda_c^2 \times \lambda_f^2$ として次式を得る。

$$\mathcal{L} = \bar{\psi}(i\gamma \cdot \partial + \mu\gamma^0)\psi + \frac{2g}{3}(\bar{\psi}\gamma^5 C T^2 \bar{\psi}^t)(\psi^t C^{-1} \gamma_5 T^2 \psi) \quad (2)$$

温度 $T(\beta = 1/T)$ で熱平衡にある系の分配関数は経路積分表示を用いて

$$Z = \text{Tr} \exp[-\beta \hat{H}] = \int \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \exp[-S] \quad (3)$$

$$S = \int_0^\beta d\tau \int d^3x [\bar{\psi}(x) \partial_\tau \psi(x) + \mathcal{H}] \quad (4)$$

で与えられる。さて、ここでクォーク対を表す補助場 $\Delta(x)$ を次の恒等式を通して導入する。

$$1 = \int \mathcal{D}\Delta^* \mathcal{D}\Delta \exp[-\kappa^2 \int d^4x \Delta^* \Delta] \quad (5)$$

この式を(3)へ代入する。

$$Z = \int \mathcal{D}\bar{\psi} \mathcal{D}\psi \mathcal{D}\Delta^* \mathcal{D}\Delta \exp[-S - \kappa^2 \int d^4x \Delta^* \Delta] \quad (6)$$

右辺のフェルミオンの経路積分を実行するため $\psi(x)$ と $\Delta(x)$ をフーリエ変換する。

$$\psi(x) = \sum_n \sum_{\mathbf{p}} \sum_{\alpha} \psi_n(\mathbf{p}, \alpha) u(\mathbf{p}, \alpha) e^{i\mathbf{p}x - \omega_n \tau} \quad (7)$$

$$\Delta(x) = \sum_l \sum_{\mathbf{q}} \phi_l(\mathbf{q}) e^{i\mathbf{q}x - \omega_l \tau} \quad (8)$$

これらを (4) へ代入し、フェルミオンの経路積分を実行すると対場で表現された形の有効作用を得る。

$$Z = \int \mathcal{D}\phi^* \mathcal{D}\phi \exp[\text{Tr} \log(\beta G^{-1}) - \beta \kappa^2 \sum |\phi(q)|^2] \quad (9)$$

ただし、 G^{-1} はつぎの式で与えられる。 ($\xi_p = \epsilon_p - \mu$)

$$G^{-1} = \begin{pmatrix} i\omega_n - \xi_p & \hat{\Delta}_{p,-p'} \\ \hat{\Delta}_{-p',p} & i\omega_n + \xi_p \end{pmatrix} \quad (10)$$

§3. 対場の運動

通常の BCS 理論は有効作用の経路積分表示式に古典 (c-数) 解をとることにより得られる。解としてつぎの S 波、カラーフレーバー反対称解をとる。

$$\hat{\Delta} \rightarrow \hat{\Delta}_0 = \delta_{p,p'} \kappa \sqrt{8g/3} \phi(0) T^2 \equiv \delta_{p,p'} \Delta_0 T^2 \quad (11)$$

これに対応して有効作用は次の様にかける。

$$S_{eff}^{(0)} = - \sum \log \beta^2 (\omega_n^2 + E_p^2) + \kappa^2 \beta |\phi(0)|^2 \quad (12)$$

古典解は運動方程式 $\delta Z / \delta \phi(0) = 0$ により決められる。

$$\frac{8g}{3} \sum_p \frac{1}{\omega_n^2 + E_p^2} - \beta = 0 \quad (13)$$

松原振動数について和をとると通常の Gap 方程式を得る。

$$\sum_{\mathbf{p}} \frac{1 - 2n_p}{E_p} = \frac{3}{16g} \quad (14)$$

右辺の n_p はフェルミ分布関数である。この方程式を数値的に解いてエネルギーギャップを温度の関数として求めると Fig. 1 ようになる。結合定数 g は $T = 0$ でエネルギーギャップが 100 MeV 程度になるように選んでいる。結果は予想通り $T_c = 60 \text{ MeV}$ で超伝導相から通常相へ相転移していることが見て取れる。

つぎに対場の古典解の回りの揺らぎの効果を調べよう。対場を

$$\hat{\Delta} = \hat{\Delta}_0 + \tilde{\Delta}(p - p') T^2 \quad (15)$$

と置いて、 $\tilde{\Delta}$ の 2 次の項まで考慮する近似を行う。 $\tilde{\Delta}(q)$ は $\phi(q)$ に比例するから有効作用をの 2 次までで近似すると

$$S_{eff}^{(2)} = - \sum (G_{\sigma}^{-1} \sigma^*(q) \sigma(q) + G_{\pi}^{-1} \pi^*(q) \pi(q)) \quad (16)$$

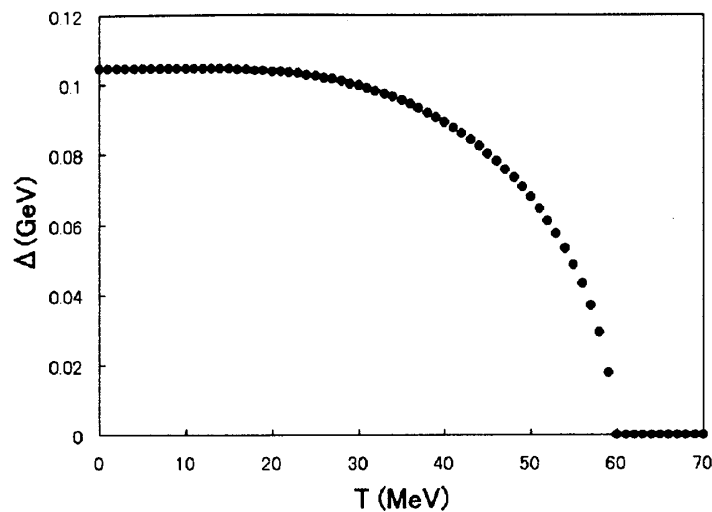


Fig. 1. エネルギーギャップ

と書ける。ただし、 σ と π は対場の絶対値と位相を表し次式で定義されている。

$$\sigma(q) = \phi(q) + \phi^*(-q) \quad (17)$$

$$\pi(q) = \phi(q) - \phi^*(-q) \quad (18)$$

2次の項からすぐわかることはダイクォークの質量である。即ちプロパゲーターの極 $G_\sigma^{-1}(i\omega = M_\sigma) = 0$ および $G_\pi^{-1}(i\omega = M_\pi) = 0$ よりもとまる。結果は $M_\sigma = 2\Delta$, $M_\pi = 0$ となり π モードは南部ゴールドストーンモードになっている。これにクォークの質量 M_q を加えた質量比は

$$M_\sigma : M_q : M_\pi = 2 : 1 : 0 \quad (19)$$

となり、南部による提唱されたスーパーシンメトリーの関係を満たしている。

§4. クォーク物質の比熱

前節でもとめた分配関数からクォーク物質の種々な熱的性質を論ずることができる。ここではクォーク物質(星)の冷却について論じよう。熱力学ポテンシャル($k=1$)

$$\Omega(V, T, \mu) = -T \log Z \quad (20)$$

から、系のエントロピーと比熱が次の様に計算される。

$$S = - \left(\frac{\partial \Omega}{\partial T} \right)_{V, \mu}, \quad C = T \left(\frac{\partial S}{\partial T} \right)_{V, \mu} \quad (21)$$

エントロピーの数値計算の結果を Fig. 2 に示す。

破線がフェルミ気体での値を、実線が対相関を入れた我々の結果を表している。比熱は転移点でトビを示し、この相転移が第二種相転移であることを表している。この比熱のトビを観測する現象として、クォーク物質(星)の冷却を取り上げよう。冷却が

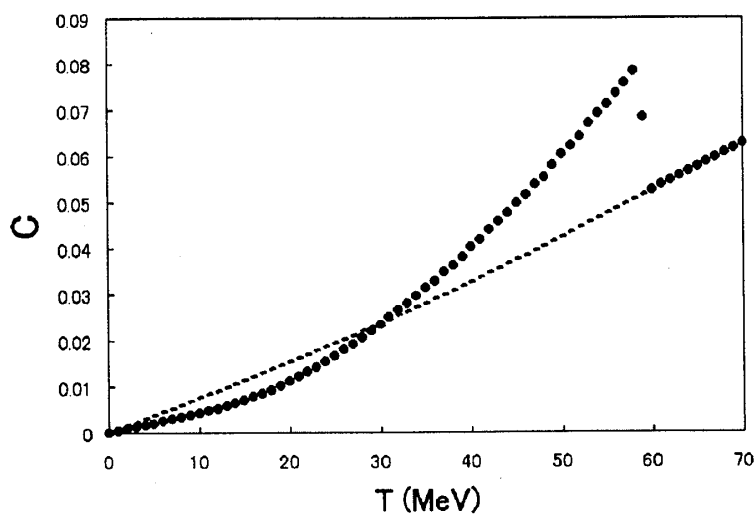


Fig. 2. 比熱

クォーク URCA 過程で起こるとすると、時刻 t での系の温度 $T(t)$ は次の方程式で記述される。

$$\frac{dT}{dt} = -\frac{D(T)}{C(T)} \quad (22)$$

右辺の D はクォーク物質のニュートリノ emissivity, C は比熱である。 D としてクォーク気体の値 (文献5) を, C として上で求めた結果を用いて温度変化率を求めると Fig. 3 が得られる。すなわち相転移点で温度変化率が突然小さくなることがわかる。

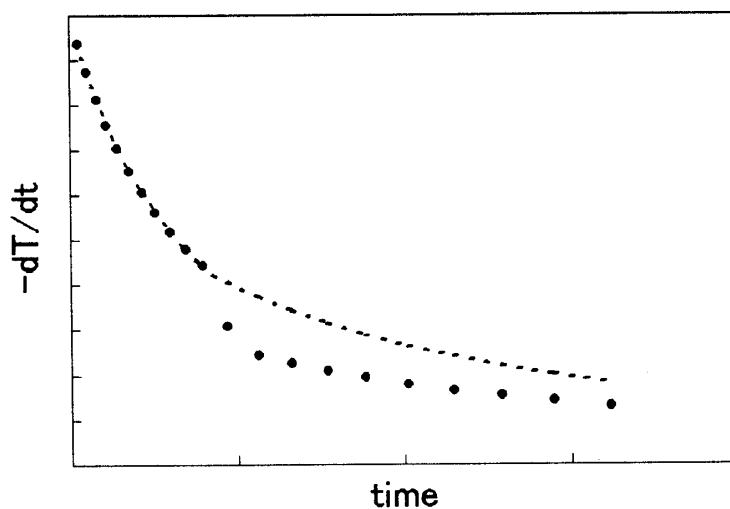


Fig. 3. 温度変化率

§5. まとめ

クォーク物質の超伝導状態について熱場の理論を用いて解析した。経路積分表示を利用することにより対場を用いて系を記述する有効作用を導いた。対場をC-数と近似するBCS理論を拡張することによりダイクォークの質量などが計算できることが示された。今後は種々な量子数をもつダイクォークの質量や、系の熱力学的量へのダイクォークの効果を調べるなどがある。また、超伝導状態のシグナルとしてのクォーク物質の冷却機構についてもより詳細に研究する必要がある。

References

- 1) D. Bailin and A. Love, Phys. Rep. **107** (1984), 325.
- 2) M. Iwasaki and T. Iwado, Phys. Lett. **B350** (1995), 163; Prog. Theor. Phys. **94** (1995), 1073.
- 3) M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, Phys. Lett. **B422** (1998), 247.
- 4) M. Alford, K. Rajagopal and F. Wilczek, Nucl. Phys. **B537** (1999), 443.
- 5) N. Iwamoto, Ann. of Phys. **141** (1982), 1.