

木材の動的弾性に関する研究(第3報)

Cantilever Wooden beam における断面欠損の影響

中山 義雄・鴛海 四郎

(農学部林産学研究室)

Studies on the Dynamic Elasticity of Wood

Part III. Effect on the Loss of the Section in Cantilever Wooden Beam

YOSHIO NAKAYAMA and SHIRO OSHIUMI

(Laboratory of Physics of Woods and Forest Products, Faculty of Agriculture)

This paper deals with the test for rate decreased in dynamic Young's modulus by artificial round hole in the vibrating reed method. We worked the clear samples $1\text{mm}\times 10\text{mm}\times 70\text{mm}$ in to the samples possessing of artificial round hole 1~8mm in diameter, and the effective length of samples is 64mm. The position of the hole was located in a multiple of 8mm from the fixed end respectively. The results are summarized as follows.

1. The more the position of the artificial round hole is located near the fixed end, the more decreases the fundamental frequency in contrast with one of clear samples. The more the position of the artificial round hole is located near the free end, the more increases the fundamental frequency in contrast with one of clear samples. When the position of the artificial round hole is located in 60% length of effective one, the frequency almost equals to the frequency of the clear sample.

2. Therefore, in this case, formular (1) should not be used, then dynamic Young's modulus is calculated by formula (4). As the result, dynamic Young's modulus is near equal with static Young's modulus in every diameter and every positions of sample possessing of the holes.

3. The rate decreased in dynamic Young's modulus of samples possessing of artificial round hole sample in 8 diameters and 7 possitions are shown in Fig. 9~14.

1. 緒 言

木材の断面欠損と強度については既応の研究があるが、動的ヤング率との関係については、あまりみあたらない。

近年、木材の非破壊試験が動的な方法⁸⁾で研究されてきており、とくに構造材料の強度値と動的弾性率との相関性に関する研究が行なわれているが、欠点材についての報告はほとんどみあたらない。

そこで本報は、小試験体を用いた振動リード法により、断面欠損率(円孔の直径)および断面欠損の位置(固定端からの長さ)が動的ヤング率の低減におよぼす影響を究明しようとするものである。

2. 断面欠損の存在する Cantilever beam の振動方程式

断面形および材質が、長さ全体にわたって一様な棒について、一端 $x=0$ で固定され、 $x=l$ が自由な Cantilever beam の横振動の固有円振動数は、棒のたわみ振動方程式

$$EI \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0$$

この偏微分方程式を解いて

$$\omega = k \cdot \frac{m^2}{l^2} \cdot \sqrt{\frac{E}{\rho}} \dots\dots\dots(1)$$

で与えられる。

ここに、

$$k = \text{回転半径} = \sqrt{\frac{I}{A}}$$

I = 断面 2 次モーメント

A = 断面積

ρ = 密度

m は Cantilever beam の境界条件により振動判別式 $\cos m \cosh m = -1$ を満足する値である。

動的ヤング率は固有振動数 $f = \frac{\omega}{2\pi}$ を測定し、上式から算出できる。

異方性材料である木材のように材質が一様でなく、また beam に集中質量が付着する場合でも、重量および曲げ剛性の分布の一様な状態からの隔たりが、余り大でない限りは上式が適用できる。

しかし、この実験のように断面の欠損が大となったり、欠損の位置が変化する場合には上式は、適用できなくなる。

そこで、この実験では、自由端に集中質量を有する Cantilever beam の固有円振動数を求める近似式¹⁾

$$\omega = \sqrt{\frac{\lambda}{\mu + 0.23\mu_s}} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、

μ = 集中質量

μ_s = beam の質量

$$\lambda = \frac{3EI}{l^3}$$

を用いて、断面欠損をもつ Cantilever beam に、適用することとした。

すなわち、断面の欠損部分に相当する質量を自由端の集中質量に置きかえ (τ)、これを減じて、次式の固有振動数方程式を求めた。

$$\omega = \sqrt{\frac{\lambda}{0.23\mu_s - \tau}} \dots\dots\dots(3)$$

ここに、

$$\tau = \frac{x\mu}{l}$$

μ = 円孔 (断面欠損) に相当する質量 (kgs^2/cm^2)

x = 固定端から円孔の中心までの長さ (cm)

l = beam の長さ (cm)

$\omega = 2\pi f$ であるから、(3)式から固有振動数 f は、

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3EI}{(0.23\mu_s - \tau)l^3}} \dots\dots\dots(4)$$

で求められる。

動的ヤング率は beam の固有振動数を測定し, (4)式から算出できる。

3. 実 験

3. 1 測定装置

装置 (Fig. 1) は, CR 発振器, 励振用増巾器, 励振器 (speaker), cantilerer beam 支持台, 読取顕微鏡, および frequency counter で構成された, 本研究室製作の vibrating reed method 測定装置を用いた。

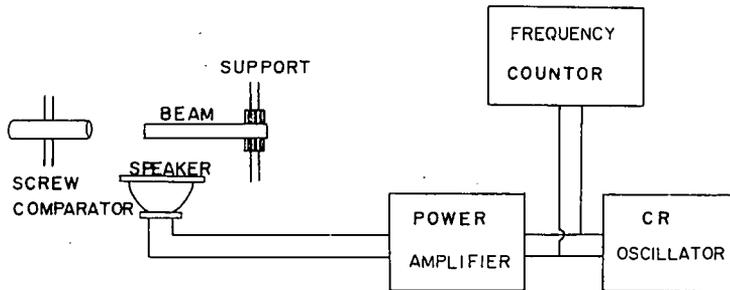


Fig. 1 Schematic diagram of measuring apparatus.

3. 2 試験体

樹種; スギ (*Cryptomeria japonica* D. Don)

産地; 高知県香美郡物部村 大栃営林署産。

採材部位; 地上高 2 m, 未成熟材²⁾ は力学的諸性質を異にし, 成熟材部 (中心から 10~15 年以上) とは同一母集団とみなすことができないので, 成熟材部から採材した。

採材方法; 節, 割れ, 腐れ, その他のキズがなく繊維の走行はビームの軸方向に平行な柎目および板目木取り。なお, 板目の試験体は春材部から採材した。

含水状態; 関係湿度 60% のデシケーターに保存。温度 20°C。

寸法; 1 × 10 × 70 (mm)

なお, 比較のため, 同一寸法のプラスチック試験体を用いた。

3. 3 方 法

動的試験; 上記の装置を用いて, vibrating reed method によった。支持台に試験体の一端を 6 mm でクランプして, 有効スパン長 (l) を 64 mm とした。試験体の下方から発振用スピーカーで加振し, 自由端の振巾を読取顕微鏡内に固定したマイクロメーターで読み取り, 最大振巾時, すなわち共振時の振動数を, frequency counter で, 0.1c/s まで測定した。

この固有振動数と試験体の寸法とから(4)式によって, 動的ヤング率を測定した。

静的試験; 動的試験と同一の条件で試験体を支持台に固定し, 自由端に重錘で加重する。静的試験において stress-strain の関係は, その初期において, やや不安定な挙動を示す場合が多く, 直線性も多少厳密さを欠く場合があるので, まず 2g を負荷し, 自由端のたわみを読取顕微鏡で測定し, ついで 5g の負荷として測定して, 次式から, 静的なヤング率を算出した。

$$y = -\frac{pl^3}{3EI}$$

ここに

p = 荷重 (kg)

y = p に対応する自由端のたわみ (cm)

l = 有効スパン長 (cm)

4. 結果と考察

4. 1 円孔の直径および位置と固有振動数

柁目面に円孔が存在する試験体における 円孔の直径および位置と固有振動数との関係を x 軸に直径をとり, 位置をパラメーターとして示したのが, Fig. 2 であり, つぎに直径と位置との関係と比較するために, 位置を x 軸にとり直径をパラメーターとして, あらわしたのが Fig. 3 である。

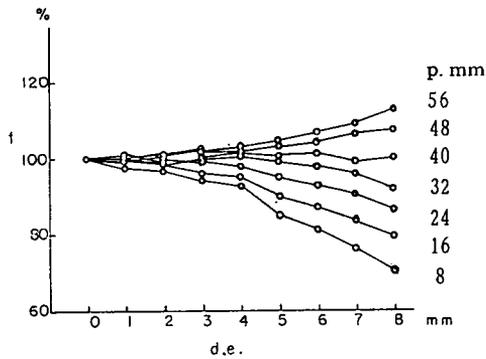


Fig. 2 Relation between variation of resonant frequency (f) and diameter of artificial round hole in edge grain (d.e.).

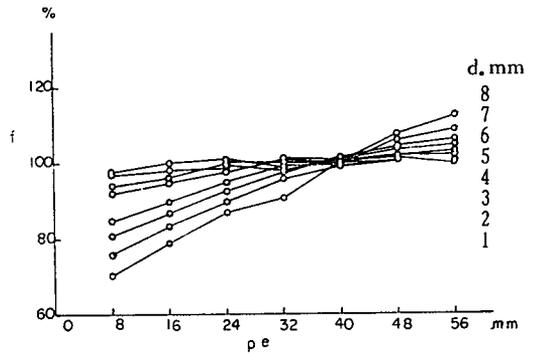


Fig. 3 Relation between variation of resonant frequency (f) and position of artificial round hole in edge grain (p.e.). (position=distance from the fixed end.)

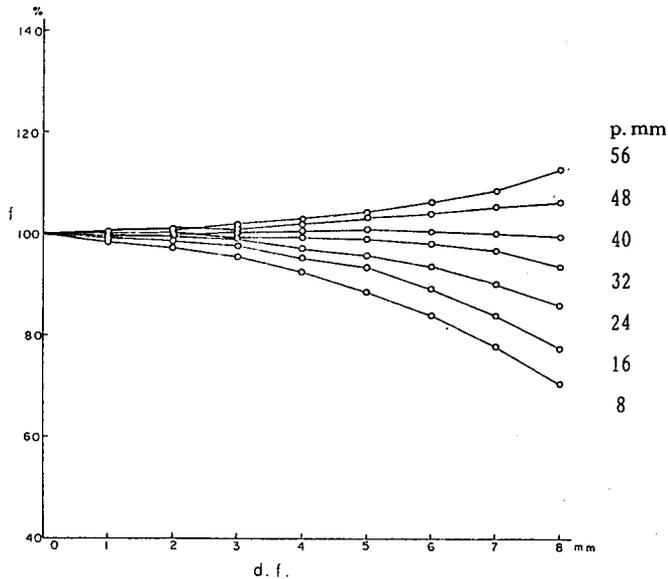


Fig. 4 Relation between variation of resonant frequency (f) and diameter of artificial round hole in flatsawn grain (d.f.).

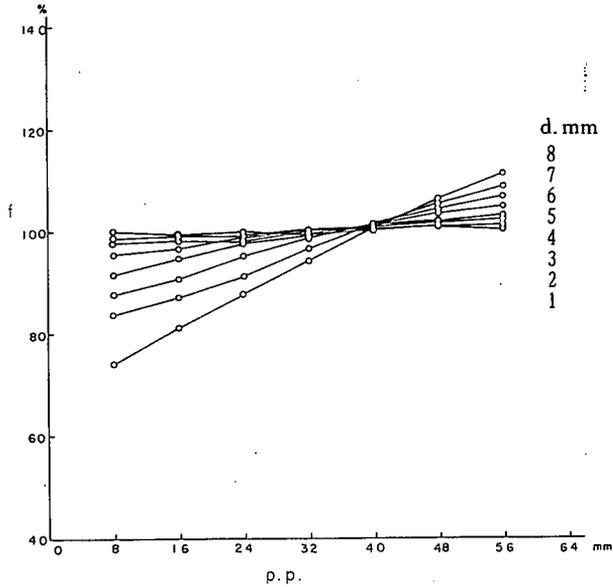


Fig. 5 Relation between variation of resonant frequency (f) and position of artificial round hole in flatsawn grain (p. f.).

固有振動数は、円孔直径が一定ならば、位置 (x) が固定端 $x=0$ に近いほど減少し、自由端 $x=l$ に近づくと減少は小さくなり、 $x=0.6l$ で無欠点時の振動数に等しくなり、 $x>0.6l$ になると増加傾向に転じて、自由端に近づくほど増大する。

また、板目面に円孔が存在する試験体について、同じ関係を示したのが、Fig. 4 と Fig. 5 である。板目面についても、柾目面の場合とほぼ同一の傾向を示した。

比較資料としてのプラスチックについて、同じ関係を示したのが Fig. 6, Fig. 7 である。この場合も同様の傾向を示したが、減少および増加の割合が、やゝ小さい。

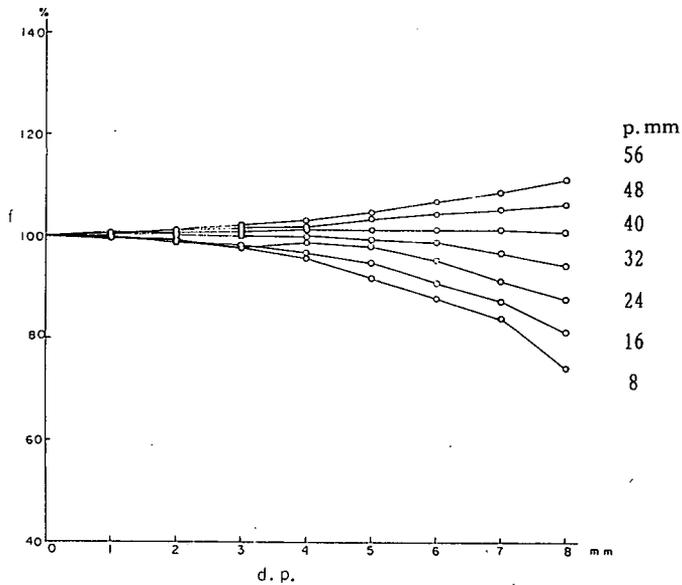


Fig. 6 Relation between variation of resonant frequency (f) and diameter of artificial round hole in plastic (d. p.).

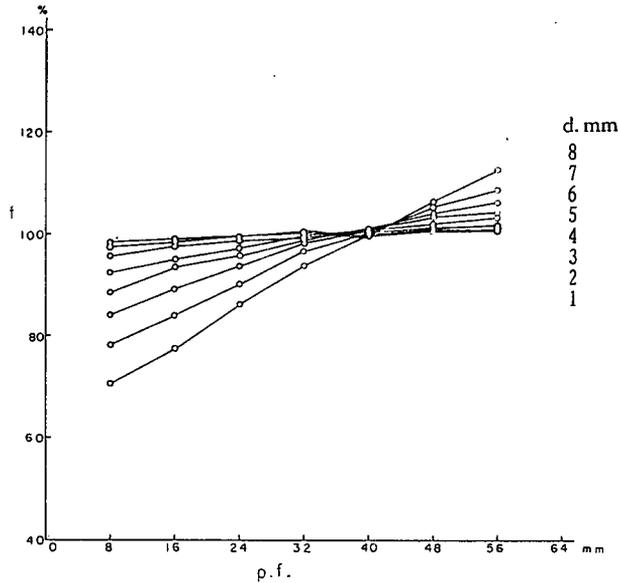


Fig. 7 Relation between variation of resonant frequency (f) and position of artificial round hole in plastic (p.p.).

この実験で、最も固有振動数が減少するのは固定端に近い $\frac{8}{64}l$ において、直径 $d=8\text{ mm}$ の場合であり、最も増大するのは、自由端に近い $\frac{56}{64}l$ の位置で、 $d=8\text{ mm}$ のときである。

無欠点時の固有振動数を100%としてあらわした、最大減少率は、柁目面29.6%、板目面29.3%、およびプラスチック25.9%となり、最大増加率は、それぞれ12.5%、12.6%および11.1%となった。

固有振動数が減少傾向から増加傾向へ移行する位置（無欠点時の振動数に等しくなる位置）は、いずれも $x=0.6l$ に収斂する。これは、断面の欠損によって、ビームの重量および曲げ剛性の分布が一様でなくなること、また円孔の存在による形状係数などの影響によるものと考えられ、2章の(1)式は適用できないことがわかる。

4. 2 無欠点試験体の動的ヤング率と静的ヤング率

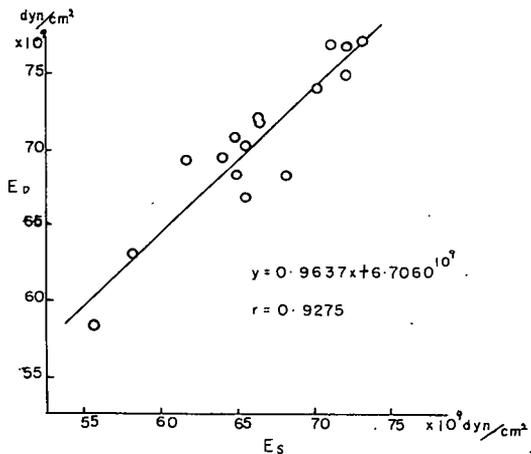


Fig. 8 Relation between dynamic Young's modulus (E_D) and static Young's modulus (E_S)

動的ヤング率と静的ヤング率の間には、高い正の相関関係が認められ、いずれも動的な値が静的な値より、やや大となっている。
3), 4), 5), 6), 7)

この研究では、前記の円孔を有する Cantilever beam の近似式、すなわち(4)式の適応性を検討することも含めて、動的ヤング率との関係を求めた結果を Fig. 9 に示す。

両者の間には高い有意水準で正の相関関係が認められ、動的ヤング率が静的ヤング率より、約6%高い値を示した。この値は既応の研究結果と較べて、妥当なものであると考えられる。

4. 3 円孔の直径および位置と動的ヤング率

試験体の個体差にもとづくバラツキの影響を少なくするため、ヤング率はすべて無欠点時のヤング率に対する減少率であらわすことにする。

柾目面に円孔が存在する試験体の円孔の直径および位置と動的ヤング率の減少率 (以下減少率と略称) の関係を x 軸に直径をとり、位置をパラメーターとしてあらわしたのが Fig. 9 であり、Fig. 10は位置を x 軸とし、直径をパラメーターとした。

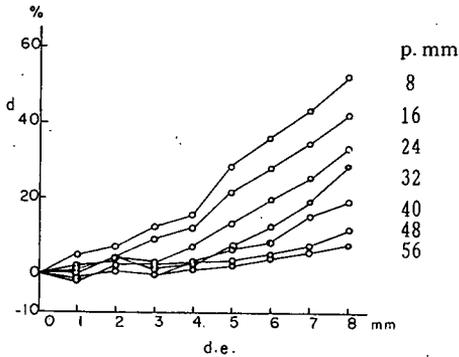


Fig. 9 Relation between rate decreased in dynamic Young's modulus (d) and diameter of artificial round hole in edge grain (d. e.).

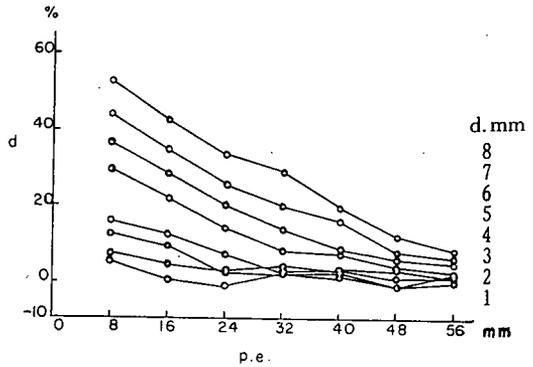


Fig. 10 Relation between rate decreased in dynamic Young's modulus (d) and position of artificial round hole in edge grain (p. e.).

減少率はいずれの直径でも固定端で最大となり、自由端で最小となる。その減少の傾向は、ほぼ直線的である。

板目面に円孔が存在する試験体についての同じ関係を示したのが Fig. 11と Fig. 12である。その傾向は柾目面の場合と同一である。

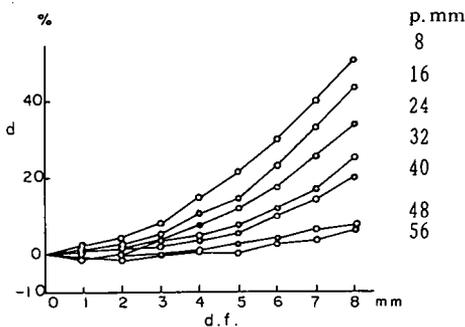


Fig. 11 Relation between rate decreased in dynamic Young's modulus (d) and diameter of artificial round hole in flatsawn grain (d. f.).

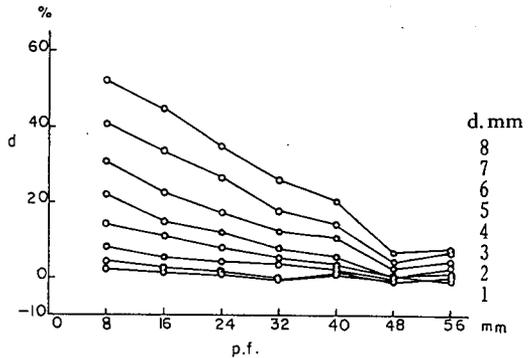


Fig. 12 Relation between rate decreased in dynamic Young's modulus (d) and position of artificial round hole in flatsawn grain (p. f.).

プラスチックについて同じ関係を示したのが、Fig. 13と Fig. 14である。その傾向は柾目面、板目面の場合と同様であるが、減少率は木材よりも、やや小さい。

円孔の中心が $\frac{8}{64}l$ にあり、直径 8 mm の場合、柾目面、52.3%、板目面51.8%、プラスチック47.2%、円孔の中心が $\frac{56}{64}l$ で、直径 8 mm の場合には、それぞれ7.9%、7.7%、10.2%となった。

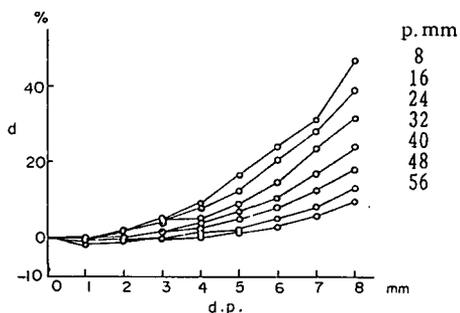


Fig. 13 Relation between rate decreased in dynamic Young's modulus (d) and diameter of artificial round hole in plastic (d.p.).

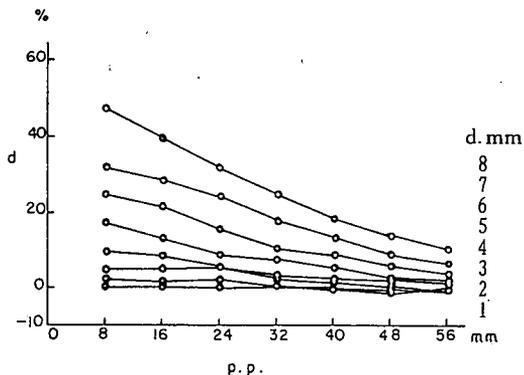


Fig. 14 Relation between rate decreased in dynamic Young's modulus (d) and position of artificial round hole in plastic (p.p.).

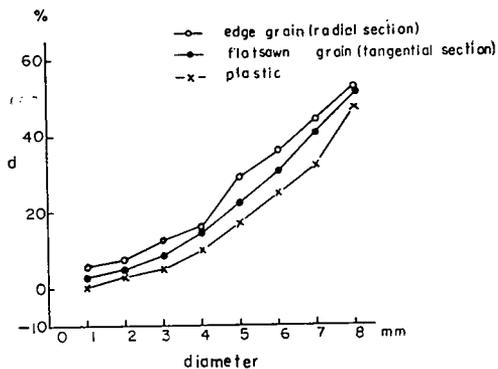


Fig. 15 Relation between rate decreased in dynamic Young's modulus (d) and diameter of artificial round hole in edge, flatsawn grain, plastic (Position is $\frac{56}{64} l$).

柁目面、板目面およびプラスチックに存在する円孔の中心の位置 $\frac{8}{64} l$ における直径ごとの減少率を示したのが Fig. 15 である。

プラスチックと比較して木材はやや減少率が大きい。これは木材繊維の目切れの影響であると考えられる。

4. 4 動的ヤング率と静的ヤング率

円孔が柁目面に存在する試験体の静的ヤング率の減少率を表わしたのが Fig. 16と Fig. 17 である。Fig. 16は x 軸に円孔の直径を、Fig. 17は円孔の位置をとった。そのときの傾向は、円孔が柁目面に存在する動的ヤング率の場合 (Fig. 9, Fig. 10) と同様な傾向を示した。

一方、円孔の直径ごとの動的ヤング率の平均値と静的ヤング率の平均値を比較すると、

円孔直径	1 mm	2 mm	3 mm	4 mm	5 mm	6 mm	7 mm	8 mm
	5.4%	4.3%	5.4%	4.2%	3.3%	3.4%	1.1%	1.3%

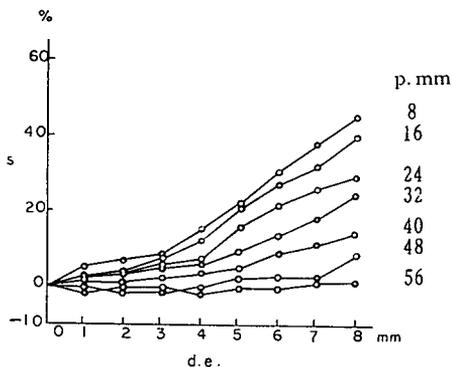


Fig. 16 Relation between rate decreased in static Young's modulus (s) and diameter of artificial round hole in edge grain (d.e.).

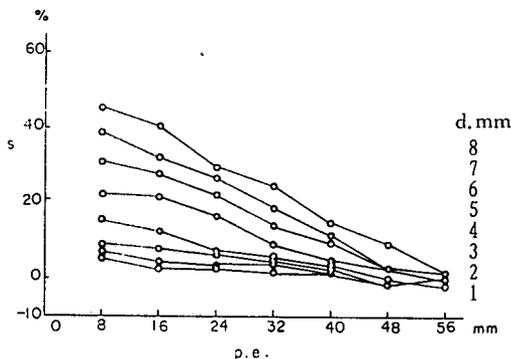


Fig. 17 Relation between rate decreased in static Young's modulus (s) and position of artificial round hole in edge grain (p.e.).

と動的ヤング率が大きくなり、平均では3.3%大となった。

このことは、断面欠損が存在する Cantilever beam の動的ヤング率の算出式として、(4)式が適合するといえる。

要 約

円孔の存在による動的ヤング率の減少率について、振動リード法による試験を行なった。

1 mm×1 mm×70mm の無欠点試験体に直径1～8 mm の円孔をあけた。試験体の有効長さは64mm である。

円孔の位置は、固定端から7段階とした。

結果を要約すれば次のとおりである。

1. 円孔を有する試験体の固有振動数は、円孔が固定端に近づくほど、著るしく影響をうけ、位置が自由端に近づくほど増大し、固定端から有効長さの60%の位置において無欠点試験体の振動数とほぼ等しくなる。

2. それ故、この場合、(1)式は適さない。そこで、(4)式を用いて動的ヤング率を算出した。

その結果、円孔材のすべての円孔直径や位置において動的ヤング率は静的ヤング率とほぼ等しくなった。

3. 8段階の直径と、7段階の位置についての円孔材の動的ヤング率の減少率を Fig. 9～14 に示す。

文 献

- 1) 亘理 厚; 機械振動, 丸善株式会社(1966) p. 37.
- 2) 渡辺治人, 松本 島, 堤 寿一, 太田貞明; 未成熟材の力学的特性に関する研究(第1報) 木材学会誌, 10, 125, (1964)
- 3) KOLLMAN, F.; Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe (1951)
- 4) HEARMON, R. F. S.; The elasticity of wood and plywood. Forest Prod. Res, Spec. Rep. 7 (1948)
- 5) KITAZAWA, G.; Young's modulus of elasticity of small wood beam by dynamic measurements Jour. Forest Prod. Res. Soc. 25 (1952)
- 6) 松本 島; 木材の動的弾性率, 特に撓み振動によるヤング率と対数減衰率とに関する研究, 九大農演報36 (1962)
- 7) 中山義雄; 木材の動的なヤング率に関する研究(I) 高知大農演報 2 (1968)
- 8) 中山義雄, 青木昭男; 木材の動的弾性に関する研究(1) 高知大学術報 16 (1967)

(昭和45年9月30日受理)

